

Aritmética na sala de aula

A Matemática dos anos iniciais



Contagem

Marcelo Firer - Unicamp / Rita Guimarães - USP

Caderno 01

Ideias Principais

1. Princípio fundamental da contagem
2. Noções prévias à contagem
3. Importância da contagem
4. Trajetória de desenvolvimento da contagem
5. Uso recorrente e funcional da contagem



Aritmética na sala de aula

A Matemática dos anos iniciais

Este material foi elaborado a partir dos resultados do projeto de pesquisa *“Formação continuada de professores que ensinam matemática e seu impacto na aprendizagem dos alunos”*, financiado pela Fapesp por meio do Programa de Melhoria do Ensino Público. O projeto, idealizado e coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo Firer (IMECC-Unicamp) em parceria com a Profa. Dra. Rita Santos Guimarães (IME-USP), surgiu da preocupação com as dificuldades identificadas na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Alguns objetivos do projeto de pesquisa:

- Desenvolver com os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, participantes do projeto de pesquisa, uma formação que aprofunde seus conhecimentos em aritmética, fortalecendo sua prática em sala de aula.
- Produzir material que aborde os conceitos matemáticos e as estratégias pedagógicas relacionadas à aritmética, destinados a formadores multiplicadores, com o objetivo de subsidiar o desenvolvimento de formações para professores.
- Promover a melhoria da aprendizagem em aritmética dos estudantes cujos professores participaram da formação.

Na fase inicial do projeto, em 2023 e 2024, os pesquisadores atuaram diretamente em uma escola pública parceira. Semanalmente, acompanharam professoras e alunos durante as aulas de matemática e, posteriormente, se reuniram para estudar aritmética e refletir sobre as práticas desenvolvidas em sala de aula.

A segunda fase ocorreu no ano de 2025, na Unicamp, com 42 professoras e 42 coordenadoras de escolas de anos iniciais do ensino fundamental da Rede Estadual de Ensino de São Paulo (Campinas/Leste), durante seis encontros em que foram trabalhadas estratégias pedagógicas, discussões sobre o conhecimento matemático necessário para o ensino e a adaptação de práticas de sala de aula para contextos variados.

Este material apresenta, portanto, o conteúdo e as estratégias desenvolvidas ao longo do projeto, oferecendo subsídios para a formação

continuada de professores que ensinam matemática, com foco na melhoria da aprendizagem dos alunos.

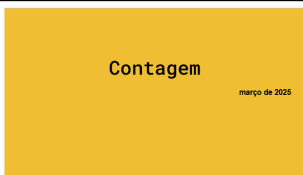
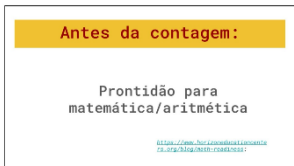
Neste material, você encontrará legendas coloridas, conforme descritas abaixo:

- **Ideias principais:** principais ideias e objetivos de aprendizagem da unidade. Diferentemente das introduções, este material não precisa ser discutido como tal com os professores.
- **Objetivo:** No início de cada seção, descrever de modo sucinto os objetivos de aprendizagem para os professores. Para estes objetivos serem atingidos, as ideias principais precisam ser bem esclarecidas.
- **Introdução:** considerações gerais sobre os conteúdos que serão abordados no início de cada bloco de slides. Podem ser percebidos e apreendidos pelos professores a partir de suas experiências, e portanto é bom compartilhar essas ideias com eles em uma conversa inicial.
- **Sementes para o futuro:** sugestões e reflexões que introduzem conceitos e ideias que serão importantes para os alunos em séries futuras, preparando a base para aprendizagens posteriores.
- **Recursos didáticos:** indicações de materiais, atividades e objetos manipuláveis que podem ser utilizados em sala de aula para apoiar a aprendizagem.
- **Imprimir:** materiais que devem ser impressos e levados para serem utilizados durante as formações.
- **Para saber mais:** Leituras complementares para enriquecer o professor e o formador.
- **Conversas matemáticas:** orientações sobre como conduzir discussões com os alunos, incluindo estratégias para fazer a ponte entre os termos utilizados por eles e a terminologia matemática mais formal.
- **Perguntas disparadoras:** perguntas para o formador fazer às professoras, estimulando a reflexão, a análise de práticas pedagógicas e o debate entre os participantes durante a formação.
- **Importante:** pontos importantes que podem gerar incompreensões e, portanto, merecem atenção ao serem conversados.

CONTAGEM

Ideias principais

1. O *Princípio Fundamental da Contagem* está ligado ao processo de estabelecer correspondência entre números e objetos, garantindo que cada objeto seja contado e seja contado uma única vez.
2. Antes da contagem, é fundamental propor atividades que envolvam a comparação de grandezas e atributos, utilizando noções como “mais alto/mais baixo”, “maior/menor”, “mais pesado/mais leve”, “mais grosso/mais fino” etc. Essas comparações desenvolvem ideias de ordem e quantidade que servirão de base para a contagem.
3. A contagem é uma habilidade central porque fundamenta a **compreensão** da cardinalidade dos números e prepara o estudante para lidar com as operações de adição e subtração.
4. O desenvolvimento da contagem segue uma trajetória progressiva, mas não linear, que deve ser acompanhada pelo professor. As principais etapas são:
 1. **Pré-contador** – conhece palavras numéricas, mas não fixa a ordem.
 2. **Recitador** – recita a sequência numérica corretamente, mas não aplica à contagem de objetos.
 3. **Correspondente** – conta objetos, identificando quais já foram contados.
 4. **Contador** – responde à pergunta “Quantos?” sem precisar recontar.
 5. **Produtor** – cria grupos com uma quantidade dada de objetos.
 6. **Contador e produtor** – organiza grupos com quantidades iguais.
 7. **Contador para trás** – conta regressivamente de 1 em 1, habilidade crucial para a subtração.
 8. **Contador a partir de qualquer número** – identifica antecessor e sucessor de qualquer número.
 9. **Contador aos pulos** – conta de 2 em 2, 5 em 5 e 10 em 10.
5. Os significados e usos da contagem devem ser trabalhados de forma recorrente, de modo a fortalecer a fluência numérica e a flexibilidade no raciocínio.

Blo cos	Slides 📄 Caderno 01 - PC: C...	Orientações
1		OBJETIVO: Apresentar e exemplificar o conceito de prontidão para a aritmética e descrever as principais etapas da trajetória de aprendizagem da contagem, fornecendo aos cursistas o conhecimento necessário para identificar e auxiliar seus alunos a progredir entre essas fases.
1.1		Introdução: Prontidão para aritmética Podemos falar em prontidão para a aritmética da mesma forma que falamos em prontidão para a alfabetização . Em ambos os casos, trata-se de um conjunto de experiências que antecedem o contato formal e estruturado com letras ou números e que preparam a criança para atribuir sentido ao que será aprendido posteriormente. Na alfabetização, a prontidão envolve o desenvolvimento da coordenação motora, o reconhecimento das letras, a consciência fonológica e as brincadeiras com a linguagem oral e escrita, que permitem à criança compreender que a escrita representa a fala e comunica significados. Esse percurso se dá de

		forma progressiva: inicialmente, a criança reconhece letras e associa sons aos símbolos; em seguida, utiliza letras para representar palavras; passa a ler e escrever com apoio do professor; até alcançar uma escrita mais autônoma, coerente e funcional em situações reais de comunicação. De maneira semelhante, a prontidão para a aritmética se manifesta nas experiências que antecedem o uso dos números e das operações, nas situações em que a criança compara grandezas, organiza coleções, reconhece padrões, explora noções espaciais e participa de jogos de contagem. Antes mesmo de lidar com os números, é fundamental que as crianças vivenciem conceitos como “em cima/embaixo”, “maior/menor”, “mais pesado/mais leve”, “mais alto/mais baixo”, “mais grosso/mais fino”, além de atividades de ordenar, classificar e organizar objetos. Essas experiências induzem à ideia de comparação, que servirá como base para compreender relações numéricas. Da mesma forma que não se espera que uma criança aprenda a ler sem antes ter contato com histórias e brincar com a linguagem, também não se deve esperar que ela aprenda operações matemáticas sem antes vivenciar experiências que dêem sentido aos números. A prontidão para a aritmética, portanto, garante as bases para que conceitos matemáticos mais complexos sejam construídos de forma significativa. Considerando crianças que estão iniciando a aprendizagem dos números, no início dos anos iniciais do Ensino Fundamental, é importante que o professor comece pelo trabalho com a comparação de grandezas e atributos dos objetos planejando atividades que envolvam tanto a manipulação de materiais concretos, como tampinhas de garrafas, botões, palitos de sorvete, fichas coloridas ou brinquedos, quanto a utilização de desenhos e registros gráficos. Iniciar com o concreto e ir introduzindo as representações com imagens ajuda a criança a se desenvolver. Importante: Esta primeira unidade, de trajetórias para contagem, aborda conteúdos e conceitos que são muito próximos das vivências profissionais das professoras (e de pessoas responsáveis de crianças). Na nossa experiência, este é um momento importante para engajá-las. Sempre que tiver oportunidade, incentive a participação dos cursistas! Para saber mais: https://www.horizoneducationcenters.org/blog/math-reading ess
--	--	--

		O texto aborda a prontidão matemática como o desenvolvimento, desde a infância, de habilidades básicas como comparação, contagem, reconhecimento de números e padrões, construídas por meio de experiências lúdicas e do cotidiano, que preparam a criança para a aprendizagem formal da Matemática.
1.2		Antes da contagem As crianças nessa etapa do desenvolvimento ainda não sabem contar, por isso, as situações propostas devem privilegiar perguntas que envolvam noções de tamanho, altura, peso e posição, por exemplo: “maior ou menor”, “mais alto ou mais baixo”, “em cima ou embaixo”, “à direita ou à esquerda”, sem a necessidade de recorrer a contagens ou respostas numéricas. Esse tipo de questionamento favorece a exploração de relações e comparações, constituindo um aspecto central da prontidão para a aritmética. Perguntas cujas respostas são números exigem da criança o domínio prévio da contagem e, em geral, iniciam-se com expressões como “Quantos?” ou “Quantas?”. Já as perguntas de comparação não demandam respostas numéricas e, por isso, mostram-se mais adequadas nesse momento, pois permitem à criança observar, argumentar e estabelecer relações entre objetos e situações, contribuindo de forma mais consistente para o desenvolvimento da prontidão para a aritmética. Sugerimos que, em cada um dos slides a seguir, o formador proponha a seguinte reflexão aos cursistas: Pergunta disparadora: “Quais as possíveis perguntas que podem ser feitas às crianças para que elas comparem as figuras apresentadas nos slides?” Junto aos cursistas pensar no objetivo de cada atividade a partir da pergunta disparadora. Possíveis respostas: (A) Atividade das torres: - Qual o mais alto/mais baixo? - Qual tem mais janelinhas? - Qual é o menos alto/menos baixo? A segunda pergunta pode ser respondida comparando números, mas não é necessário saber contar para perceber que a torre cinza tem mais janelas que a branca. Esta capacidade de perceber e comparar pequenas quantidades é partilhada inclusive por diversos animais, que não tem expressões (nomes) para os números.

(B)

Comparação de grandezas e atributos

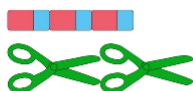
Comparar objetos e atributos de mesma natureza



(C)

Comparação de grandezas e atributos

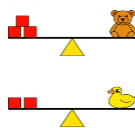
Comparar objetos e atributos de natureza distinta



(D)

Comparação de grandezas e atributos

Comparar objetos e atributos de natureza distinta



Para saber mais:

<https://www.quantamagazine.org/animals-can-count-and-use-zero-how-far-does-their-number-sense-go-20210809/#:~:text=Practically%20every%20animal%20that%20scientists,would%20numerosity%20one%20or%20two.>

O texto discute como diversas espécies animais demonstram um senso numérico abstrato — incluindo a compreensão do zero — sugerindo que as bases da cognição matemática são antigas, evolutivamente compartilhadas e anteriores à matemática simbólica humana.

Note que a última pergunta é menos comum e causa estranhamento, as formulações distintas são para estimular a reversibilidade, por exemplo, menos baixo equivale a mais alto.

Observar que são comparados objetos da mesma natureza (torres, ou janelas).

(B) Atividade dos parques:

- Qual tem mais quadrados?
- (mas a criança sabe o que é quadrado?)
- Qual parque/praça tem mais árvores?
- Qual o parque/praça maior?

A percepção de área é desenvolvida cedo nas crianças. Então a utilização das linhas pontilhadas ajuda nessa comparação, onde os quadradinhos surgem como uma medida de área.

(C) Atividade das borrachas e tesouras:

Pergunta disparadora:

Ao comparar objetos de naturezas distintas, como borrachas e tesouras, quais perguntas podem ser feitas?

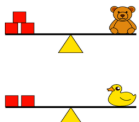
- O que tem mais? - Borrachas!
- Qual é mais comprido? As tesouras!

(D) Atividade da gangorra:

- Qual é mais pesado/mais leve: o urso ou o pato?
- Qual é menos pesado/menos leve?

A gangorra, da forma como está disposta, em equilíbrio, ilustra a ideia de igualdade. Nessa comparação é possível se desvencilhar da ideia de número de forma mais natural, já que os bloquinhos cumprem esse papel de quantificar (papel do número), eles assumem a função de unidade de mediação de peso, permitindo realizar uma comparação indireta entre os pesos dos dois objetos, urso e pato.

Destacar a importância da mediação na construção do raciocínio matemático, evidenciando que os números, assim como os blocos, atuam como unidades de

	Comparação de grandezas e atributos Blocos: unidade de mediação de peso.  Comparação de grandezas e atributos Blocos: unidade de mediação de peso. Números: unidade de mediação de quantidade. 	mediação. Esta será uma função dos números, permitir que se faça comparações indiretas. Conversas matemáticas Estimular com as crianças a iniciativa de argumentação para justificar respostas que não estão apresentadas inicialmente como o urso ser mais pesado que o pato. Se as crianças já souberem contar pequenas quantidades, cabe conversar sobre a questão: “Quantos patos equilibram dois ursos?”. Esta pergunta pode gerar uma conversa longa e diversas estratégias de resolução, que merecem ser discutidas em sala de aula. Uma delas seria equilibrar dois ursos com seis (3+3) cubos e depois ir trocando cada par de cubos por um pato. Sementes para o futuro Usar a ideia da gangorra para comparar objetos de naturezas distintas será útil, mais a frente. A ideia de equilíbrio será utilizada em conceitos de igualdades e equações. Importante: Neste ponto chamar a atenção dos cursistas de que para responder essas perguntas a criança não precisa necessariamente saber contar, ela pode respondê-las apenas realizando comparações. Recursos didáticos Site - Momentos Matemáticos - DREME (Desenvolvimento e Pesquisa em Educação Matemática Inicial) O site propõe que a aprendizagem matemática na Educação Infantil aconteça de forma contínua e significativa, por meio de pequenas intervenções intencionais integradas às rotinas diárias da sala de aula, aproveitando situações cotidianas para desenvolver conceitos matemáticos de maneira lúdica e natural. NCTEM:  NCETM - Slides Traduzidos Pasta com arquivos do site traduzidos em português que podem ser utilizados em sala de aula. Para saber mais: Livro: Lorenzato, Sergio. Educação infantil e percepção matemática. 2. ed. Campinas , SP: Autores Associados, 2008. (edição esgotada, disponível em bibliotecas). Obra voltada à Educação Infantil que articula fundamentos teóricos e mais de 200 sugestões de atividades para o desenvolvimento de noções pré-matemáticas, considerando as características e o modo de pensar da criança pré-escolar.
1.3		Introdução: Trajetória de aprendizado para contagem O desenvolvimento da contagem segue uma trajetória sequencial, podendo haver sobreposições, que deve ser

Trajетória de aprendizado para contagem

Níveis de características de pensamento

Van de Walle, Karp e Bay-Williams, p.169-189, baseado em Clements e Sarama (2014), cap. 8, acessível [aqui](#).

Trajетória de aprendizado para contagem

1. Pré-contador	6. Contador e produtor
2. Recitador	7. Contador para trás
3. Correspondente	8. Contador a partir de qualquer número
4. Contador	9. Contador aos pulos
5. Produtor	

guiada pelo professor. As principais etapas dessa trajetória são:

1. Pré-contador
2. Recitador
3. Correspondente
4. Contador
5. Produtor
6. Contador e produtor
7. Contador para trás
8. Contador a partir de qualquer número
9. Contador aos pulos

Conhecer estas etapas e identificar onde os alunos se situam é importante para que o professor possa estimular adequadamente as crianças. Cada etapa será detalhada nos slides seguintes, mostrando exemplos e estratégias pedagógicas para estimular o avanço, adquirir fluência na contagem e preparar para as operações matemáticas futuras.

Os slides de **fundo azul** fazem indagações para serem respondidas pelos cursistas, sempre com o mesmo tipo de pergunta nessa sequência: como estimular os alunos a passarem para as etapas seguintes.

Para saber mais:

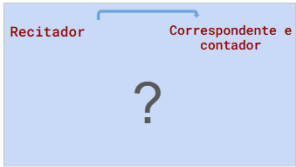
Livro: Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. Routledge. Capítulo 2, acessível [aqui](#).

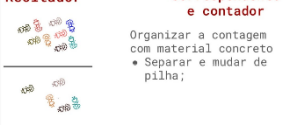
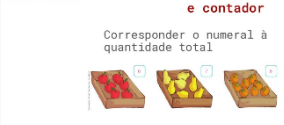
O livro apresenta uma abordagem fundamentada em pesquisas para o ensino da matemática na Educação Infantil, baseada em trajetórias de aprendizagem que articulam objetivos matemáticos, o desenvolvimento do pensamento infantil e práticas pedagógicas eficazes, conectando teoria, sala de aula e equidade no ensino.

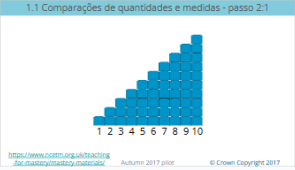
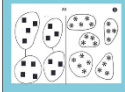
Trecho do livro: Van de Walle, Karp e Bay-Williams, p.169-189, baseado em Clements e Sarama (2014), cap. 8, acessível [aqui](#).

O trecho discute o desenvolvimento do sentido de número na infância, mostrando que a contagem significativa é construída progressivamente por meio de experiências, passando da recitação de números à compreensão de cardinalidade, comparação, relações parte-todo, uso de marcos como 5 e 10 e primeiras ideias de valor posicional, sempre apoiadas em trajetórias de aprendizagem e atividades intencionais.

1.4	1) Pré-contador Aqui a criança não tem capacidade de contagem verbal. Uma criança pequena que esteja olhando para três bolas responderá "bola" quando lhe for perguntado quantas. A criança não associa uma palavra numérica (numeral) a uma quantidade. 2) Recitador Essa criança conta verbalmente usando palavras numéricas (numerais), mas nem sempre na ordem correta. Às vezes, ela diz mais números do que objetos sendo contados, pula objetos ou repete o mesmo número.	1) Pré-contador – Conhece algumas palavras numéricas, mas ainda não as pronuncia em ordem nem associa o números à quantidades de objetos que ele representa. Ao ser estimulada a contar uma coleção de objetos, a criança pode, por exemplo, dizer: um, dois, quatro, sete, onze etc. 2) Recitador – Recita a sequência numérica corretamente, mas sem aplicá-la à contagem de objetos. A criança repete os números como uma cantiga, sem estabelecer relação com as quantidades. Assim como os adultos conseguem recitar os dígitos do próprio CPF ou do número do seu telefone que são percebidos como nomes e não números: experimento recitar o seu telefone, de nove dígitos, em três grupos de três. A criança neste estágio pode saber recitar os números até 100 mas dizer “48” ao ver 10 dedos, sem relacionar o nome à quantidade real. A criança na fase de recitador também pode se apoiar em músicas ou rimas para lembrar a sequência numérica, de forma semelhante à música usada para decorar o alfabeto.
1.5	Pré-contador Recitador ? Pré-contador Recitador Recitar com a sala, em voz alta contando ou não.	Neste momento, o formador deve fazer uma pausa e propor a seguinte reflexão aos cursistas: Perguntas disparadoras: <i>“Como estimular que as crianças passem da etapa de pré-contador para recitador?”</i> <i>“Como as crianças podem se apropriar dos números (palavras) para que eles passem a fazer sentido?”</i> Importante: Uma possibilidade de dinâmica para organizar estes momentos onde os cursistas são convidados a pensarem em estratégias para estimular a transição entre etapas é organizar a discussão de forma coletiva, onde as contribuições podem ser apresentadas livremente e registradas de maneira esquemática na lousa, de modo a sistematizar as ideias propostas. Promover a conversa sobre as sugestões levantadas pelos cursistas, assegurando que sejam consideradas as seguintes estratégias: Recursos didáticos - Explorar atividades com sequência oral de números, utilizando músicas, rimas e parlendas para desenvolver a ordem numérica. Por exemplo: "Um, dois, feijão com arroz": Um, dois, feijão com arroz Três, quatro, feijão no prato,

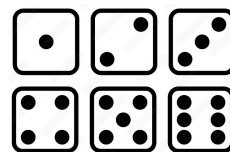
		Cinco, seis, falar inglês, Sete, oito, comer biscoito, Nove, dez, comer pastéis. "A galinha do vizinho". A galinha do vizinho, Bota ovo amarelinho. Bota um, Bota dois, Bota três... - Incentivar o reconhecimento de números em contextos do dia a dia, como brinquedos, objetos ou figuras. Importante: Destacar a importância de que essas atividades façam parte do cotidiano escolar de forma permanente, preferencialmente em contextos lúdicos, considerando se tratar de crianças no início do Ensino Fundamental. Dessa maneira, é possível favorecer a construção de sentido para a aprendizagem e o desenvolvimento da fluência numérica. Algumas dessas ações podem ser atividades muito breves, que podem, e devem, ser feitas várias vezes ao dia.
1.6	3) Correspondente Uma criança neste nível consegue fazer uma correspondência um-a-um entre números e objetos, dizendo um número por objeto. Se for perguntado "Quantos?" no final da contagem, talvez seja necessário contar novamente para responder. 4) Contador Esse aluno pode contar objetos com precisão em uma exibição organizada (em uma linha, por exemplo) e pode responder "Quantos?" com precisão, informando o último número contado (isso é chamado de cardinalidade). Eventualmente ele é capaz de: a) escrever o numeral correspondente; b) dizer o sucessor e antecessor de um número contando a partir de 1 (de 10-20-30).	3) Correspondente – Conta objetos ou representações de objetos, identificando quais já foram contados. Começa a desenvolver estratégias para identificar quais objetos já foram contados, evitando deixar de contar algum objeto ou contar algum deles mais de uma vez. A criança estabelece a correspondência correta entre cada elemento da coleção e a sequência numérica, mas ainda pode se confundir em relação a ordem e apresenta dificuldade em compreender que a quantidade total é o último número recitado, pois quando questionada sobre quantos objetos há na coleção que acabou de contar, refaz o processo de contagem para responder. Importante: Nesta etapa, é relevante que os objetos estejam bem organizados (em fila, por exemplo) e começar com números pequenos (até 5) e avançar aos poucos até 10 ou 20. 4) Contador – Responde à pergunta "Quantos?" sem precisar recontar. A criança conta de forma organizada, estabelecendo correspondência termo a termo entre números e objetos.
1.7		Faça uma pausa e proponha a seguinte reflexão aos cursistas: Pergunta disparadora:

	Recitador Correspondente e contador  Organizar a contagem com material concreto • Encostar o dedo, (A) Recitador Correspondente e contador  Organizar a contagem com material concreto • Separar e mudar de pilha; (B) Recitador Correspondente e contador  Organizar a contagem com material concreto • Marcar os desenhos (C) Recitador Correspondente e contador  Corresponder o numeral à quantidade total (D)	“Como ajudar a criança a avançar da fase de recitador para a de correspondente e contador, associando a palavra (número) à quantidade que representa?” Registrar, de forma esquemática, as contribuições na lousa, com o objetivo de organizar e sistematizar as ideias apresentadas. Em seguida, promover a discussão a partir das sugestões levantadas pelos cursistas, assegurando que as seguintes estratégias sejam consideradas: (A) Usar material concreto: permitir que a criança toque e manipule objetos para contar, tornando a contagem mais concreta e significativa. (B) Separar os objetos: movê-los de um grupo para outro ajuda a manter o controle do que já foi contado. (C) Marcar desenhos: ao contar figuras ou imagens, sugira que a criança risque cada item que já foi contado. (D) Preencher lacunas: escrever o numeral que corresponde à quantidade total, relacionando o número final contado com a quantidade de objetos, consolidando a ideia de cardinalidade. Conversas matemáticas Durante as atividades de contagem, é importante aproveitar os erros ou equívocos das crianças como oportunidades de aprendizagem, conversando com elas sobre como realizaram a contagem e ajudando-as a refletir e reorganizar suas hipóteses. Nessa etapa, a contagem é mais uma ação do que um processo consolidado, o que faz com que os erros sejam, em geral, de duas naturezas: (a) não conhecer adequadamente as palavras que representam os números (um recitador com problemas); e (b) dificuldades no próprio processo de contagem. Este segundo caso é especialmente relevante, pois permite explorar a contagem em si. Nesses momentos, é importante pedir que a criança mostre como contou, tornando visível sua ação. Assim, torna-se possível identificar, junto com ela, se algum objeto foi esquecido ou contado mais de uma vez, e discutir estratégias para organizar melhor a contagem. A partir dessa explicitação da ação, podem surgir conversas sobre formas de evitar os erros, como, por exemplo, separar os objetos já contados ou apontar para cada elemento uma única vez. Outras estratégias pedagógicas para auxiliar na transição entre as etapas: - Contar os alunos quando entram e saem da sala; - Dar coleções de objetos com quantidades diferentes para que eles comparem qual tem mais.
--	--	--

		- Propor tarefas de organização de coleções, como filas de blocos ou caixas. - Explorar jogos de memória com conjuntos de objetos. - Fazer perguntas sobre o “último número” contado para reforçar a ideia de cardinalidade e consolidar que, se a criança contou até 6, é porque há 6 objetos. O slide apresenta um recurso visual (disponível no site do NCETM) onde a disposição das figuras em colunas permite explorar diretamente a associação entre ordem e quantidade. Os números indicados abaixo das colunas representam a altura e, consequentemente, a cardinalidade (quantidade de peças) de cada agrupamento. Sementes para o futuro Integrar a exploração da contagem, tanto avançando (progressiva) quanto voltando (regressiva), prepara os estudantes para as operações fundamentais: a contagem progressiva é importante para a adição, e a contagem regressiva é fundamental para a subtração. Recursos didáticos: Site NCETM. https://www.ncetm.org.uk/teaching-for-mastery/mastery-materials/ O site apresenta materiais de formação e apoio pedagógico desenvolvidos em parceria com professores para auxiliar a implementação da abordagem de ensino por domínio (mastery) nas salas de aula e nas escolas. Slides do NCETM traduzidos para português. https://drive.google.com/file/d/1tGxtpHPb1G14TkAhhPTeX8o8y8JI-bMK/view?usp=sharing Arquivo com sugestões de atividades com o tema <i>Comparação de quantidades e medidas</i>.
1.8	Atividade Cadernos Auto Corretivos: O que muda de cada atividade da sequência A1? 	Nos próximos slides apresentaremos os primeiros itens de uma longa série de atividades dos <i>Cadernos de Aritmética</i>, um conjunto de quatro grupos com quatro cadernos cada. Cada caderno tem oito sequências de atividades. Cada sequência de atividade tem quatro páginas e inicia-se com um exemplo, que deve ser seguido pelos alunos, não há nenhuma comanda escrita. Ao final da sequência (após três páginas com 12 atividades), os alunos podem corrigir suas atividades e fazer um pequeno teste, a ser acompanhado pela professora ou professor. Recursos didáticos: Caderno de Aritmética A1 completo, disponível aqui.

Faça a impressão da primeira sequência de atividades do Caderno A1 para distribuir aos cursistas. Elas são um exemplo de atividades para a transição entre as etapas "recitador" e "correspondente contador".

Aqui será mencionada a **subtização**, que é a habilidade cognitiva de **perceber e identificar instantaneamente** a quantidade de elementos em um conjunto pequeno, sem a necessidade de recorrer à contagem um a um. Essa capacidade, que geralmente é eficaz para coleções de poucos objetos, é fundamental, pois constitui uma habilidade central para o desenvolvimento da compreensão do número e do senso numérico. A subtização direta é amplamente explorada em contextos familiares aos alunos, como na **disposição padronizada dos pontos em um dado ou nas peças de dominó**. Ao reconhecer imediatamente a quantidade, a criança começa a construir a ideia de número como um todo (cardinalidade), em vez de apenas uma sequência de contagem.

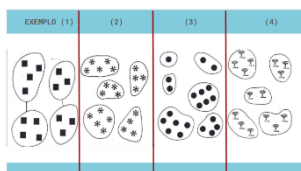


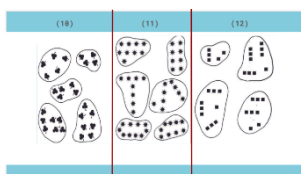
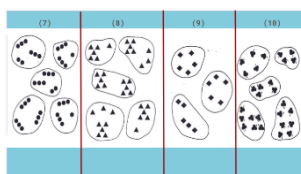
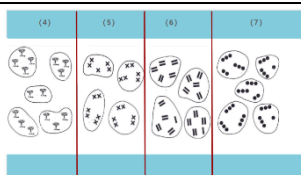
Sementes para o futuro

A prática da subtização é essencial para a construção das relações parte-parte-todo, pois permite que o aluno visualize um número (o todo) decomposto em partes menores sem precisar recontar. Essa habilidade será a base para o domínio dos fatos básicos de adição e subtração.

Sugerimos que faça os exemplos 1 e 2 junto com os cursistas e, após, peça que analisem os itens de cada slide, identificando a tarefa proposta e percebendo como a dificuldade vai aumentando de forma sutil e gradual.

1. Exemplo que indica a comanda da atividade, orientando a criança a estabelecer correspondência entre conjuntos com a mesma quantidade de elementos, ligando-os em pares. Essa proposta introduz a ideia de igualdade de quantidades sem recorrer, necessariamente, à contagem verbal.
2. A presença de um par e um trio de conjuntos com a mesma quantidade, em que o número de elementos cresce em uma unidade, favorece a

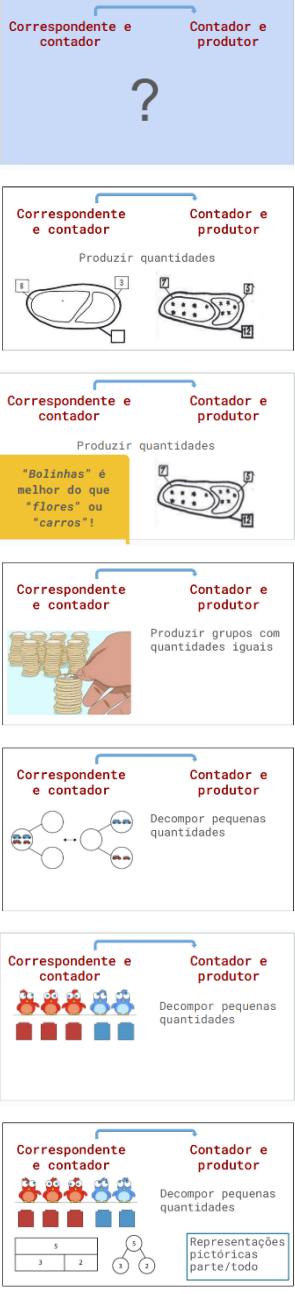
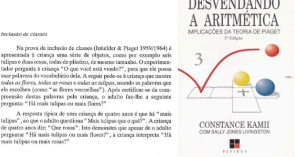




comparação entre quantidades próximas, estimulando a percepção de variação mínima e apoiando a construção do sentido de sucessor.

3. Ao apresentar dois pares de conjuntos e dois conjuntos sem ligação, a atividade provoca a necessidade de verificar a equivalência de quantidades, levando a criança a abstrair características visuais secundárias e a focar exclusivamente na quantidade de elementos.
4. A observação de um trio de conjuntos, acompanhados de outros dois que permanecem sem ligação, com desenhos mais elaborados, exige maior atenção da criança para não se deixar levar pelos detalhes gráficos, reforçando a habilidade de abstrair a quantidade em meio a estímulos visuais mais complexos.
5. Nos conjuntos em que os elementos estão organizados em pares, a criança pode tender a contar apenas os pares inicialmente. Essa situação cria uma oportunidade para trabalhar a subtização e discutir a necessidade de considerar cada unidade, ampliando a compreensão da contagem para além da percepção de agrupamentos.
6. A apresentação de dois conjuntos com 10 elementos e dois com 9 elementos, organizados em pares, introduz a noção de resto. A diferença de uma unidade torna-se perceptível visualmente, favorecendo comparações rápidas e a compreensão de que pequenas variações alteram a quantidade total.
7. Nos conjuntos organizados em trios, eventualmente com resto 1 ou 2, a criança pode comparar as quantidades observando apenas o número de trios completos e o resto. Essa organização favorece a subtização e o desenvolvimento de estratégias de contagem mais eficientes, sem a necessidade de contar todos os elementos individualmente.
8. A disposição dos elementos em arranjos de cinco, semelhante à configuração dos dados, estimula o reconhecimento imediato da quantidade e o uso de referências visuais estáveis, contribuindo para a fluência numérica.
9. A organização gráfica que incentiva a partição do 5 como $3 + 2$ favorece a decomposição de números, apoiando a construção do sentido de composição e decomposição numérica, fundamentais para o avanço posterior em operações.
10. De modo análogo, a disposição que evidencia o 7 como $3 + 4$ amplia o repertório de partições conhecidas pela criança, fortalecendo a flexibilidade do pensamento numérico.

		11. A representação dos conjuntos em duas filas de quatro elementos, formando os números 8, 9 e 10, destaca regularidades estruturais e permite que a criança identifique a quantidade total a partir de uma base comum, reforçando estratégias de contagem por agrupamento. 12. Os conjuntos com até três arranjos de três unidades estimulam a percepção de padrões multiplicativos iniciais, contribuindo para a compreensão de estruturas repetitivas e para o desenvolvimento de estratégias mais avançadas de contagem e organização de quantidades. Importante: Deve-se chamar a atenção dos cursistas sobre as possibilidades de contagem que aparecem nessas atividades, destacando as sutilezas, as partições, a subtização e a contagem de subconjuntos (contar em pares, por exemplo). Destacar os incentivos variados de jeitos de contar. Para saber mais: https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2025/03/e_book_Cadernos_autocorretivos_Fracoes_final.pdf O texto apresenta os Cadernos Autocorretivos: Frações (CAFs), descrevendo sua concepção, aplicação em sala de aula e a necessidade de intervenções docentes sistematizadas, além de discutir seus efeitos na redução de concepções equivocadas sobre frações e no desenvolvimento do conhecimento conceitual, com o objetivo de orientar e incentivar professores a utilizar e adaptar esse material em suas práticas pedagógicas. https://www.icem-pedagogie-freinet.org/node/2990 O site apresenta os <i>Cahiers de calcul</i> (Cadernos de cálculo) como uma proposta pedagógica que rompe com o ensino mecanizado do cálculo operatório, priorizando o raciocínio, a compreensão do número e das relações numéricas, por meio de cadernos autocorretivos estruturados em níveis, que promovem autonomia, reflexão sobre erros, diversidade de estratégias e progressão individual, com mediação ativa do professor e foco no desenvolvimento conceitual do cálculo desde os anos iniciais.
1.9	5) Produtor Um aluno neste nível pode contar objetos até um determinado número. Se for solicitado a lhe dar cinco blocos, ele poderá mostrar essa quantidade.  5 blocos 6) Contador e produtor Uma criança que combina os dois níveis anteriores pode contar objetos, dizer quantos estão em um grupo, lembrar quais objetos foram contados e quais não foram, e responder a arranjos aleatórios. Ela começa a separar dezenas e unidades, como 23 é 20 e mais 3.	5) Produtor – Cria grupos com uma quantidade dada de objetos. A criança reconhece pequenas quantidades instantaneamente, sem precisar contá-las (subtização). 6) Contador e produtor – Organiza grupos com quantidades iguais. A criança já aplica a contagem para resolver problemas simples, conseguindo manipular objetos de forma intencional para que a distribuição auxilie na contagem.

1.10	 (A) (B) (C) (D) (E)	Faça uma pausa e proponha a seguinte reflexão aos cursistas: Pergunta disparadora: “Como apoiar a criança a evoluir da fase de correspondente e contador para a de contador e produtor?” Registrar, de forma esquemática, as contribuições na lousa, com o objetivo de organizar e sistematizar as ideias apresentadas. Em seguida, promover a discussão a partir das sugestões levantadas pelos cursistas, assegurando que as seguintes estratégias sejam consideradas: (A) Pedir que a criança produza conjuntos de objetos concretos simples, como bolinhas, que facilitam a percepção da quantidade; *** É importante destacar que, para trabalhar a produção de quantidades, usar objetos simples como “bolinhas” é mais eficiente do que figuras mais complexas, como “flores” ou “carros”. Isso porque a criança nessa idade leva muito tempo desenhando ou identificando detalhes, desviando o foco da contagem e da organização das quantidades. Objetos simples permitem que a atenção permaneça na habilidade que se quer desenvolver: a associação entre número e quantidade. (B) Organizar grupos com quantidades iguais, estimulando a criação de padrões regulares; (C) Decompor pequenas quantidades em partes menores, seguindo alguma outra característica como a cor dos carros, relacionando-as ao todo; (D) Contar a quantidade total de objetos e observar a decomposição que a ilustração sugere. Por exemplo: contar quantas corujas há no total e observar quantas são vermelhas e quantas são azuis; (E) Trabalhar com representações pictóricas e relacioná-las com outras representações mais abstratas - objetos mais simples, diagrama de barras, modelo cereja - que evidenciem a relação parte/todo, ajudando a relacionar a contagem à estrutura das coleções.
1.11		Para saber mais: Livro: KAMII, Constance et al. Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget. Papyrus, 1995. A obra "Desvendando a Aritmética: Implicações da teoria de Piaget" (1995), de Constance Kamii, é um material de aprofundamento fundamental que orienta o

		ensino dos conceitos da aritmética a partir do construtivismo de Jean Piaget. O livro defende que o conhecimento lógico-matemático não é adquirido passivamente, mas sim construído internamente pela criança através da abstração reflexiva e da interação com o meio. Kamii critica os métodos tradicionais baseados na memorização, propondo que o ensino deve focar na autonomia intelectual e na "reinvenção" da aritmética por meio de atividades que estimulem o raciocínio e a aquisição do conceito de número. A relevância da obra se manifesta em exemplos práticos, como a série de perguntas feitas para uma criança que é apresentada no slide, avaliando a classificação hierárquica: - Em uma situação com 6 tulipas e 2 rosas, a criança de 4 anos, ao ser perguntada se há "mais tulipas ou mais flores?", tipicamente responde que "há mais tulipas". - Essa resposta errônea ocorre porque ela não consegue incluir a subclasse ("tulipas") na classe geral ("flores") simultaneamente, interpretando a questão como uma comparação simples entre as partes: "Há mais tulipas ou mais rosas?". - Tal dificuldade indica que a criança ainda não adquiriu a operação lógica necessária para a formação do conceito de número, marcando uma fase anterior ao pensamento operatório concreto.
1.12	7) Contador para trás Uma criança nesse nível pode contar para trás removendo os objetos um a um ou apenas verbalmente, como em uma "contagem regressiva". <i>Prontidão para subtração</i> 8) Contador a partir de qualquer número Essa criança pode contar a partir de números diferentes de um. Ela também é capaz de dizer imediatamente o número antes e depois de um determinado número. <i>APOS - deixa de ser um procedimento e passa a ser um objeto</i>	7) Contador para trás – Conta regressivamente de 1 em 1, desenvolvendo uma habilidade fundamental para a compreensão da subtração. 8) Contador a partir de qualquer número – Identifica o número anterior e o número seguinte a qualquer valor, consolidando a noção de sequência numérica. É comum vermos crianças que, perguntadas qual número vem depois do 12, precisam começar a contar desde o 1 até chegar ao 13. A sigla APOS (Ação, Processo, Objeto, Esquema) foi sugerida pelo matemático e pesquisador em educação matemática Ed Dubinsky e seus colaboradores, na década de 1990, como uma estrutura teórica para descrever como os indivíduos constroem conceitos matemáticos abstratos. Mencionando a Teoria APOS de forma breve por meio de um único exemplo, temos o caso de contar a partir de um número qualquer ou identificar o sucessor de 12. Para a criança que ainda precisa iniciar a contagem a partir do número 1, o número e a contagem permanecem no nível da ação, pois dependem da execução passo a passo. Já

		quando a criança reconhece imediatamente que o sucessor de 12 é 13, sem recorrer à contagem desde o início, o número passa a ser compreendido como um objeto, no sentido proposto por Dubinsky: uma entidade mental com significado próprio, que independe da ação ou da operação que lhe deu origem. Para saber mais: Trecho do livro: DUBINSKY, Ed. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Springer Netherlands, 1991. p. 95-126. Disponível aqui. O texto traz a discussão de como os indivíduos constroem conceitos matemáticos abstratos por meio da abstração reflexiva, processo inspirado na epistemologia genética de Piaget.
1.13	Corrida com dados Algumas pessoas apostam uma corrida peculiar, cada uma escolhe um número de 1 a 12. Em cada rodada são jogados 2 dados e as pessoas que tiverem adivinhado a soma avançam uma casa. Ganha quem avançar primeiro 5 casas.	Jogo “Corrida com dados” Material necessário: Dois dados comuns de seis faces e um tabuleiro. Imprimir:  Tabuleiro - Corrida com dados.pdf Sugestão de montagem de dados para os cursistas fazerem com as crianças:  DADO COM ROLINHO DE PAPEL HIGIÊNICO REUTILIZAÇÃO DE ... Antes de ir para a última etapa da trajetória de contagem, proponha aos cursistas que formem duplas para jogarem esse jogo. Distribua os tabuleiros e dois dados para cada dupla. Explique as regras e se assegure que todos entenderam. Chame algum cursista para simular uma rodada. Instruções: Cada pessoa escolhe um número de 1 a 12 e anota no tabuleiro. Em cada rodada, a dupla joga os 2 dados e soma suas faces. As adições realizadas também devem ser registradas no tabuleiro, no espaço reservado para tal. O jogador avança uma casa (colorindo ou marcando) quando seu número escolhido for a soma obtida. Vence quem avançar 5 casas primeiro. Após a conclusão do jogo: proponha um debate levantando questões sobre as escolhas e os resultados observados: Perguntas disparadoras: <i>O que vocês observaram de interessante?</i> <i>Quem ganhou?</i> <i>Explique o fenômeno: por que isto aconteceu?</i> Possíveis respostas:

Resposta:

- 1) O que vocês observaram de interessante? Quem ganhou?
- 2) Explique o fenômeno: por que isto aconteceu?
- 3) Por qual motivo isto pode ser interessante para alunos dos primeiros anos?

- As somas localizadas nos extremos (como 2 e 12) têm menor chance de ocorrer, pois só podem ser alcançadas por uma única composição (1+1 e 6+6, respectivamente), sendo impossível a soma 1.
- Os números no centro da sequência de 1 até 12 têm chances maiores, pois podem ser formados por mais composições:
- Os números 3 e 11 podem ser formados de dois modos diferentes cada; o 4 e o 10 podem ser formados de e modos cada, etc.
- O número 7 pode ser resultado de 6 composições diferentes (1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1).

Conversas matemáticas

Promova discussões com os cursistas sobre como levar essa reflexão para a sala de aula, trabalhando o raciocínio e a argumentação, e não apenas a sorte: Existem números “melhores” que outros para o jogo? Por quê? Não é trivial pensar no 7 como melhor escolha apenas porque sabemos contar e/ou somar. Incentive-os a darem justificativas e registrarem de alguma forma. Será que alguém escolheu o número 1? Por que isso não é uma boa escolha? O 10 pode ser vantajoso em qual situação? (contra o 1, 2, 3, 11 e 12, por exemplo).

Uma maneira eficaz de organizar os resultados do Jogo e visualizar as 36 somas possíveis é utilizando uma tabela. Essa organização visual é crucial para que os professores e, posteriormente, os alunos, observem a frequência de ocorrência de cada soma. Ao usar a tabela, observe que os números em uma cor (por exemplo, vermelho) podem representar um dos dados, e os números em outra cor (preto) representam o segundo dado. Isso ilustra que, embora $1+2$ e $2+1$ resultem na mesma soma (3), elas representam situações distintas de lançamento dos dados. Utilizar dados de cores diferentes na sala de aula auxiliará os estudantes a diferenciarem visualmente as jogadas, facilitando a compreensão de que há mais maneiras de obter o número central (como o 7) do que os extremos.

Pergunta disparadora:

Por qual motivo isto pode ser interessante para alunos dos primeiros anos?

Esta atividade é interessante para os alunos dos primeiros anos porque trabalha a decomposição (o aluno encontra diferentes fatos básicos para um mesmo número, fortalecendo as relações parte-parte-todo), estimula a fluência numérica (promove o reforço dos fatos básicos de adição e a contagem a partir de qualquer número) e incentiva a subtização utilizar um dado

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Responda:

- 1) O que vocês observaram de interessante? Quem ganhou?
- 2) Explique o fenômeno: por que isto aconteceu?
- 3) Por qual motivo isto pode ser interessante para alunos dos primeiros anos?

O que temos aqui?

Todas as decomposições do número 7.



	Contador e produtor Para trás, a partir de qualquer número, aos pulos ? Contador e produtor Para trás, a partir de qualquer número, aos pulos  Contador e produtor Para trás, a partir de qualquer número, aos pulos  $6 + 2 = \dots$ $2 + \dots = \dots$ $8 - 6 = \dots$ $8 - \dots = \dots$ Contador e produtor Para trás, a partir de qualquer número, aos pulos  Adição e subtração, sem algoritmos, são apenas contagem. (C) (C) (C)	também incentiva a próxima etapa de "contar a partir de qualquer número". (C) Relacionar à adição e subtração simples, sem uso de algoritmos, apenas como contagem, mostrando a conexão entre contagem regressiva e operações.
1.16	Em grupo: encontre três modos diferentes de resolver.  No total temos 8. Quantos tem na mão direita? Atividade proposta para alunos de 1º ao 5º ano de Matemática, 1º e 2º bimestres, p. 168	Atividade em grupo Comece descrevendo a situação: você mostra à criança as duas mãos, uma com três objetos e a outra fechada e diz que, no total temos 8. Então é feita a pergunta: Quantos tem na mão direita? Faça uma pausa, proponha a seguinte reflexão aos cursistas e peça que anotem as respostas e, após, compartilhem com os demais. Pergunta disparadora: "Como você imagina que a criança irá chegar no resultado?" Possíveis respostas: - A criança mobiliza a habilidade de contar a partir de qualquer número. Ela começa no 3 (a parte conhecida) e conta quantos "saltos" faltam para chegar no 8 (o todo), percebendo que precisa de 5. Isso demonstra a compreensão da subtração como a busca pela parte faltante. - A criança representa a quantidade total, 8 (por exemplo, com os dedos das mãos ou fichas), e rapidamente subtrai e remove a parte conhecida, 3. Ela então verifica que sobram 5, percebendo visualmente a relação parte-parte-todo. - A criança usa a habilidade de contagem para trás (regressiva), começando no 8 (o todo) e recuando 3 passos (7 - 6 - 5).

		Essa atividade permite ao professor explorar e diagnosticar simultaneamente três habilidades cruciais: a contagem para frente (como estratégia de adição para encontrar a parte faltante), a contagem para trás (como estratégia direta de subtração) e a contagem a partir de qualquer número.																																																																																																																												
1.17	Contador e produtor Para trás, a partir de qualquer número, aos pulos ? Momento vídeo (alunos 4º ano) Assinale na tabela os números que aparecem quando contamos de 2 em 2, de 5 em 5 ou de 10 em 10. <table><tr><td>Números</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr><tr><td>Contando de 2 em 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Contando de 5 em 5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Contando de 10 em 10</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> Vídeo 1 Piso baixo Vídeo 2 Teto alto Pontos de discussão • Vídeo 1: piso baixo ◦ Contar de 1 em 1 ◦ Por onde começar ◦ Fluência no final • Vídeo 2: piso alto ◦ 10 em 10: aluno não conta, procura palavras para descrever ◦ Antevê o resultado: vai pintar 3 - divisão ◦ Percepção ou oportunidade de constatar que 10÷2=5 • Como podemos melhorar a atividade? ◦ marcar e depois pintar, quadradinhos menores, indicar os números em todas as casas.	Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Contando de 2 em 2																															Contando de 5 em 5																															Contando de 10 em 10																															Momento vídeo Comece descrevendo a situação: a atividade a ser apresentada no vídeo foi proposta a estudantes do 4º ano e focou na habilidade de Contador por Pulos, especificamente em contar de 2 em 2, 5 em 5 e de 10 em 10. A professora iniciou a aula trabalhando coletivamente com slides adaptados do NCETM, que continham diversos exemplos visuais de contagem em grupos (como pares de sapatos, grupos de amigos, etc.). Ao final dessa sessão de trabalho coletivo, ela distribuiu aos alunos uma folha de exercícios semelhante à mostrada no slide, solicitando que eles a preenchessem conforme as instruções dadas para a contagem por pulos. Serão apresentados a seguir dois vídeos que mostram a forma como dois alunos trabalharam a mesma atividade, oferecendo perspectivas diferentes sobre a aplicação do conceito de contagem em grupos Vídeo 1: Piso baixo Após a exibição do Vídeo 1, promover uma conversa sobre o que foi observado e as estratégias do aluno. Assegurar que sejam considerados os seguintes tópicos: - Observar que na segunda linha o aluno já teve de apagar diversas marcações, mais do que na primeira. Uma possível estratégia que pode ter adotado para fazer a primeira linha seria simplesmente pintar “uma sim e uma não”. - O aluno ainda utiliza a estratégia de contar de 1 em 1 para verificar ou progredir na contagem por pulos. - A dificuldade em definir por onde começar (ou retomar a contagem) revela uma dependência da contagem serial, e não do reconhecimento de padrões. - Aumento da fluência no final da atividade, após ter estabelecido o padrão por repetição. Aqui está a verdadeira aprendizagem deste aluno. Perguntas disparadoras: Este aluno tem dificuldades significativas? Este aluno aprendeu alguma coisa com esta atividade?
Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																																
Contando de 2 em 2																																																																																																																														
Contando de 5 em 5																																																																																																																														
Contando de 10 em 10																																																																																																																														

O Vídeo 1 demonstra um **Piso baixo**, indicando que **todos os alunos conseguem se engajar** na atividade.

Vídeo 2: Teto alto

Após a exibição do Vídeo 2, reitere a discussão sobre as estratégias observadas. Assegurar que sejam considerados os seguintes tópicos:

- O aluno, ao contar de 10 em 10, não precisa contar a partir do 1 ou realizar a contagem seriada; ele demonstra ter internalizado o padrão. Ele está em um nível onde "procura palavras" para descrever o padrão, evidenciando o uso de um **Processo** ou **Objeto** em seu raciocínio (Teoria APOS).
- O aluno é capaz de antever o resultado e quantas casas precisará pintar. Por exemplo, ao perceber que precisa pintar 3 casas na sequência de 10 em 10, ele provavelmente realiza mentalmente uma divisão ($30 \div 10 = 3$).
- Há uma oportunidade de constatar que $2 \times 5 = 10$ integrando o conceito de multiplicação. Os números que devem ser coloridos na terceira linha (pulos de 10 em 10) são os que foram coloridos nas duas linhas anteriores, dos pulos de 2 em 2 e de 5 em 5.

Perguntas disparadoras:

Este aluno tem dificuldades significativas?

Este aluno aprendeu alguma coisa com esta atividade?

O Vídeo 2 demonstra um **Teto alto**, significando que a atividade oferece **potencial para exploração e aprofundamento** do raciocínio.

Sementes para o futuro

A contagem por pulos estabelece uma fundação valiosa para a aritmética avançada, pois os números atingidos ao contar de 2 em 2, 5 em 5 ou 10 em 10 são, na verdade, os múltiplos desses números. Essa atividade permite que os alunos percebam que os múltiplos de 10 são exatamente os números que são múltiplos de 2 e de 5 simultaneamente. Essa base conceitual é essencial para quando os estudantes iniciarem o estudo formal de múltiplos e divisores, solidificando o raciocínio sobre a estrutura e as relações numéricas.

Atividades com piso baixo e teto alto são difíceis de serem construídas, mas são ideais porque garantem que toda a sala se engaje, enquanto o proveito e o

aprofundamento do raciocínio dependem do nível de desenvolvimento cognitivo de cada aluno.

Para saber mais:

<https://mentalidadesmatematicas.org.br/todos-podem-aprender-matematica-em-altos-niveis/>

O texto defende, com base na abordagem Mentalidades Matemáticas de Jo Boaler, que todos os alunos podem aprender matemática em altos níveis, destacando o papel da plasticidade cerebral e da mentalidade de crescimento. Ressalta a importância de ambientes desafiadores e de atividades de piso baixo e teto alto, que promovem aprendizagem significativa, equitativa e valorizam o erro como parte do processo.

<https://ojs.ufgd.edu.br/tangram/article/view/17650>

O artigo discute a abordagem Mentalidades Matemáticas, de Jo Boaler, propondo o uso de atividades investigativas do tipo piso baixo/teto alto como estratégia para tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e motivadoras, com ênfase no desenvolvimento do senso numérico e em práticas que favoreçam a participação e a aprendizagem de todos os alunos.

Pergunta disparadora:

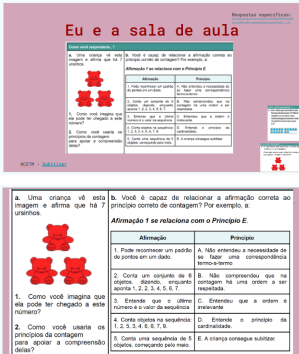
Como esta atividade poderia ser refinada para oferecer mais suporte e desafios?

Possíveis respostas:

- Sugerir marcar os números a serem pintados antes de colorir a área, ou utilizar quadradinhos menores (para coleções maiores), otimizando a visualização.
- Indicar que cada linha seja pintada de uma cor prescrita (2 - preto, 5 - vermelho e 10 - azul). Isso facilita a discussão: as casas pintadas de azul são aquelas pintadas de preto e também de vermelho.
- Indicar os números em todas as casas do tabuleiro para reduzir a carga de memória e focar na identificação do padrão.
- Incluir a representação do zero na folha de atividade.

Conversas matemáticas

A folha de atividade que contém o zero intencionalmente favorece conversas matemáticas com as crianças, como: por que o zero aparece na sequência?, ele deve ou não ser pintado quando a regra é representar quantidade? e o que acontece ao contar a partir dele?. Essas discussões permitem compreender o zero como ponto de partida e referência na reta numérica, sem associá-lo diretamente a uma quantidade a ser contada. No contexto da contagem por pulos, surgem ainda diálogos sobre os números que aparecem ao contar de 2 em 2, 5 em 5 ou 10 em 10, levando as crianças a perceberem regularidades e padrões. Essas conversas possibilitam

		identificar que esses números são múltiplos e, em particular, que os múltiplos de 10 são comuns aos de 2 e de 5, estabelecendo uma base conceitual importante para o estudo posterior de múltiplos, divisores e da estrutura do sistema de numeração. Recursos didáticos: ☰ Contar aos pulos 2 em 2, 5 em 5 e 10 em 10 Folha da atividade de contar aos pulos editável e com algumas sugestões de melhorias incorporadas para otimizar o trabalho em sala de aula, como a inclusão do zero e a possibilidade de ajuste dos tamanhos dos agrupamentos.
1.18		Imprimir: 🖨 Atividade 1 - Contagem A atividade “Eu e a sala de aula” foi traduzida e adaptada de materiais produzidos pelo National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM). Este momento foi planejado com o objetivo de possibilitar que os cursistas mobilizem e expressem o repertório de conhecimentos construídos na aula anterior, explorando-o em diferentes contextos e dimensões da prática docente. A atividade busca favorecer a reflexão sobre como os conceitos discutidos anteriormente podem se manifestar no cotidiano da sala de aula, incentivando os participantes a relacionar os conteúdos estudados com suas próprias experiências de ensino. Para maximizar a reflexão e o engajamento dos cursistas na atividade "Eu e a Sala de Aula", sugerimos a seguinte metodologia de aplicação em duas etapas: 1. Diagnóstico Inicial sobre Contagem Distribuir apenas a Parte 1 que contém questões focadas no tema Contagem, como, por exemplo, quais estratégias de contagem os professores esperam que os alunos usem. É essencial conceder tempo suficiente para a resposta individual e, imediatamente após o preenchimento, recolher a Parte 1, garantindo que as respostas reflitam o conhecimento e as crenças iniciais do cursista sobre as diferentes etapas da trajetória de contagem. 2. Referência Conceitual sobre a Trajetória de Contagem Entregar as Partes 2. A Parte 2 servirá como material de apoio, apresentando, por exemplo, os conceitos-chave da trajetória de contagem e o valor pedagógico de cada um. O formador deve orientar os cursistas a dedicar um tempo específico para ler este material, que deve permanecer com eles, fornecendo o embasamento teórico para a etapa final.

	Eu e a sala de aula A) Quais foram os meus principais aprendizados ...? Não conhecia o termo substituição e acredito que esse processo é essencial para o desenvolvimento do pensamento numérico, pois ajuda as crianças a entenderem quantidades de forma mais intuitiva. B) Como pretendo utilizar ... em sala de aula Acredito que trazer para sala de aula atividades que incentivem a substituição de forma concreta, a partir do uso de jogos com dados, cartas e materiais que apresentem agrupamentos numéricos organizados como nos exemplos de atividades. Também aproveitar as atividades da plataforma Hotfire que tenham a proposta de substituição. Contar a partir de agrupamentos de objetos como palitos, tampinhas, ou outros materiais manipuláveis que a criança possa perceber e vivenciar a substituição em duplas, trios, também podem favorecer a aprendizagem das crianças.	O último slide deste bloco apresenta exemplos de respostas reais elaboradas por cursistas que participaram de uma edição anterior deste mesmo curso. Essas respostas foram selecionadas com o objetivo de discutir as diferenças entre respostas genéricas e respostas específicas. Entendem-se como respostas genéricas aquelas afirmações amplas, que poderiam ser consideradas verdadeiras em diferentes situações, mas que não permitem inferir se o cursista, de fato, se apropriou dos conteúdos trabalhados na atividade. Já as respostas específicas são aquelas que evidenciam uma reflexão mais situada, explicitando a compreensão do conteúdo discutido e sua possível articulação com a prática pedagógica em sala de aula. Utilize este material para fomentar um debate com os cursistas sobre as diferenças entre essas duas categorias de respostas, incentivando-os a identificar elementos que caracterizam cada tipo e a refletir sobre a importância de explicitar, em suas produções, conexões mais concretas entre o conteúdo estudado e sua prática docente.
--	--	--

LINKS E REFERÊNCIAS

Para saber mais:

<https://www.horizoneducationcenters.org/blog/math-readiness>

O texto aborda a prontidão matemática como o desenvolvimento, desde a infância, de habilidades básicas como comparação, contagem, reconhecimento de números e padrões, construídas por meio de experiências lúdicas e do cotidiano, que preparam a criança para a aprendizagem formal da Matemática.

<https://www.quantamagazine.org/animals-can-count-and-use-zero-how-far-does-their-number-sense-go-20210809/#:~:text=Practically%20every%20animal%20that%20scientists,would%20numerosity%20one%20or%20two.>

O texto discute como diversas espécies animais demonstram um senso numérico abstrato — incluindo a compreensão do zero — sugerindo que as bases da cognição matemática são antigas, evolutivamente compartilhadas e anteriores à matemática simbólica humana.

Livro: Lorenzato, Sergio. Educação infantil e percepção matemática. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (edição esgotada, disponível em bibliotecas).

Obra voltada à Educação Infantil que articula fundamentos teóricos e mais de 200 sugestões de atividades para o desenvolvimento de noções pré-matemáticas, considerando as características e o modo de pensar da criança pré-escolar.

Livro: Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. Routledge. Capítulo 2, acessível [aqui](#).

O livro apresenta uma abordagem fundamentada em pesquisas para o ensino da matemática na Educação Infantil, baseada em trajetórias de aprendizagem que articulam objetivos

matemáticos, o desenvolvimento do pensamento infantil e práticas pedagógicas eficazes, conectando teoria, sala de aula e equidade no ensino.

Trecho do livro: Van de Walle, Karp e Bay-Williams, p.169-189, baseado em Clements e Sarama (2014), cap. 8, acessível [aqui](#).

O trecho discute o desenvolvimento do sentido de número na infância, mostrando que a contagem significativa é construída progressivamente por meio de experiências, passando da recitação de números à compreensão de cardinalidade, comparação, relações parte-todo, uso de marcos como 5 e 10 e primeiras ideias de valor posicional, sempre apoiadas em trajetórias de aprendizagem e atividades intencionais.

https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2025/03/e_book_Cadernos_autocorretivos_Fracoos_final.pdf

O texto apresenta os Cadernos Autocorretivos: Frações (CAFs), descrevendo sua concepção, aplicação em sala de aula e a necessidade de intervenções docentes sistematizadas, além de discutir seus efeitos na redução de concepções equivocadas sobre frações e no desenvolvimento do conhecimento conceitual, com o objetivo de orientar e incentivar professores a utilizar e adaptar esse material em suas práticas pedagógicas.

<https://www.icem-pedagogie-freinet.org/node/2990>

O site apresenta os *Cahiers de calcul* (Cadernos de cálculo) como uma proposta pedagógica que rompe com o ensino mecanizado do cálculo operatório, priorizando o raciocínio, a compreensão do número e das relações numéricas, por meio de cadernos autocorretivos estruturados em níveis, que promovem autonomia, reflexão sobre erros, diversidade de estratégias e progressão individual, com mediação ativa do professor e foco no desenvolvimento conceitual do cálculo desde os anos iniciais.

Livro: KAMII, Constance et al. **Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Papirus, 1995.

O livro defende que o conhecimento lógico-matemático não é adquirido passivamente, mas sim construído internamente pela criança através da abstração reflexiva e da interação com o meio. Kamii critica os métodos tradicionais baseados na memorização, propondo que o ensino deve focar na autonomia intelectual e na "reinvenção" da aritmética por meio de atividades que estimulem o raciocínio e a aquisição do conceito de número.

Trecho do livro: DUBINSKY, Ed. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Springer Netherlands, 1991. p. 95-126. Disponível [aqui](#).

O texto traz a discussão de como os indivíduos constroem conceitos matemáticos abstratos por meio da abstração reflexiva, processo inspirado na epistemologia genética de Piaget.

<https://mentalidadesmatematicas.org.br/todos-podem-aprender-matematica-em-altos-niveis/>

O texto defende, com base na abordagem Mentalidades Matemáticas de Jo Boaler, que todos os alunos podem aprender matemática em altos níveis, destacando o papel da plasticidade cerebral e da mentalidade de crescimento. Ressalta a importância de ambientes desafiadores e de atividades de piso baixo e teto alto, que promovem aprendizagem significativa, equitativa e valorizam o erro como parte do processo.

<https://ojs.ufgd.edu.br/tangram/article/view/17650>

O artigo discute a abordagem Mentalidades Matemáticas, de Jo Boaler, propondo o uso de atividades investigativas do tipo piso baixo/teto alto como estratégia para tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e motivadoras, com ênfase no desenvolvimento do senso numérico e em práticas que favoreçam a participação e a aprendizagem de todos os alunos.

Recursos didáticos

[Site - Momentos Matemáticos - DREME \(Desenvolvimento e Pesquisa em Educação Matemática Inicial\)](#)

O site propõe que a aprendizagem matemática na Educação Infantil aconteça de forma contínua e significativa, por meio de pequenas intervenções intencionais integradas às rotinas diárias da sala de aula, aproveitando situações cotidianas para desenvolver conceitos matemáticos de maneira lúdica e natural.

NCTEM: NCETM - Slides Traduzidos

Pasta com arquivos do site traduzidos em português que podem ser utilizados em sala de aula.

Site NCETM.

<https://www.ncetm.org.uk/teaching-for-mastery/mastery-materials/>

O site apresenta materiais de formação e apoio pedagógico desenvolvidos em parceria com professores para auxiliar a implementação da abordagem de ensino por domínio (mastery) nas salas de aula e nas escolas.

Slides do NCETM traduzidos para português

<https://drive.google.com/file/d/1tGxtpHPb1G14TkAhhPTeX8o8y8JI-bMK/view?usp=sharing>

Arquivo com sugestões de atividades com o tema *Comparação de quantidades e medidas*.

Caderno de Aritmética A1 completo, disponível [aqui](#).

O caderno tem oito sequências de atividades. Cada sequência de atividade tem quatro páginas e inicia-se com um exemplo, que deve ser seguido pelos alunos, não há nenhuma comando escrita. Ao final da sequência (após três páginas com 12 atividades), os alunos podem corrigir suas atividades e fazer um pequeno teste, a ser acompanhado pela professora ou professor.

Contar aos pulos 2 em 2, 5 em 5 e 10 em 10

Folha da atividade de contar aos pulos editável e com algumas sugestões de melhorias incorporadas para otimizar o trabalho em sala de aula, como a inclusão do zero e a possibilidade de ajuste dos tamanhos dos agrupamentos.