Aritmética na sala de aula

A Matemática dos anos iniciais

Sistema de Numeração Decimal Posicional

Marcelo Firer - Unicamp / Rita Guimarães - USP

Caderno 02

Ideias Principais

1. Reta numérica
2. Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP) e sua estrutura
3. Sondagem / Ditado de números
4. Propriedade distributiva

FAPESP
UNICAMP
USP Universidade de São Paulo
Prefeitura Poços de Caldas

Aritmética na sala de aula
A Matemática dos anos iniciais

Este material foi elaborado a partir dos resultados do projeto de pesquisa *"Formação continuada de professores que ensinam matemática e seu impacto na aprendizagem dos alunos"*, financiado pela Fapesp por meio do Programa de Melhoria do Ensino Público. O projeto, idealizado e coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo Firer (IMECC-Unicamp) em parceria com a Profa. Dra. Rita Santos Guimarães (IME-USP), surgiu da preocupação com as dificuldades identificadas na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Alguns objetivos do projeto de pesquisa:

- Desenvolver com os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, participantes do projeto de pesquisa, uma formação que aprofunde seus conhecimentos em aritmética, fortalecendo sua prática em sala de aula.
- Produzir material que aborde os conceitos matemáticos e as estratégias pedagógicas relacionadas à aritmética, destinados a formadores multiplicadores, com o objetivo de subsidiar o desenvolvimento de formações para professores.
- Promover a melhoria da aprendizagem em aritmética dos estudantes cujos professores participaram da formação.

Na fase inicial do projeto, em 2023 e 2024, os pesquisadores atuaram diretamente em uma escola pública parceira. Semanalmente, acompanharam professoras e alunos durante as aulas de matemática e, posteriormente, se reuniram para estudar aritmética e refletir sobre as práticas desenvolvidas em sala de aula.

A segunda fase ocorreu no ano de 2025, na Unicamp, com 42 professoras e 42 coordenadoras de escolas de anos iniciais do ensino fundamental da Rede Estadual de Ensino de São Paulo (Campinas/Leste), durante seis encontros em que foram trabalhadas estratégias pedagógicas, discussões sobre o conhecimento matemático necessário para o ensino e a adaptação de práticas de sala de aula para contextos variados.

Este material apresenta, portanto, o conteúdo e as estratégias desenvolvidas ao longo do projeto, oferecendo subsídios para a formação

continuada de professores que ensinam matemática, com foco na melhoria da aprendizagem dos alunos.

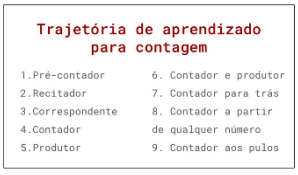
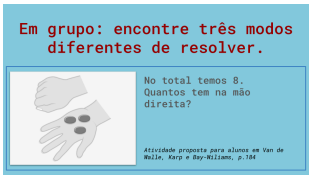
Neste material, você encontrará legendas coloridas, conforme descritas abaixo:

- **Ideias principais:** principais ideias e objetivos de aprendizagem da unidade. Diferentemente das introduções, este material não precisa ser discutido como tal com os professores.
- **Objetivo:** No início de cada seção, descrever de modo sucinto os objetivos de aprendizagem para os professores. Para estes objetivos serem atingidos, as ideias principais precisam ser bem esclarecidas.
- **Introdução:** considerações gerais sobre os conteúdos que serão abordados no início de cada bloco de slides. Podem ser percebidos e apreendidos pelos professores a partir de suas experiências, e portanto é bom compartilhar essas ideias com eles em uma conversa inicial.
- **Sementes para o futuro:** sugestões e reflexões que introduzem conceitos e ideias que serão importantes para os alunos em séries futuras, preparando a base para aprendizagens posteriores.
- **Recursos didáticos:** indicações de materiais, atividades e objetos manipuláveis que podem ser utilizados em sala de aula para apoiar a aprendizagem.
- **Imprimir:** materiais que devem ser impressos e levados para serem utilizados durante as formações.
- **Para saber mais:** Leituras complementares para enriquecer o professor e o formador.
- **Conversas matemáticas:** orientações sobre como conduzir discussões com os alunos, incluindo estratégias para fazer a ponte entre os termos utilizados por eles e a terminologia matemática mais formal.
- **Perguntas disparadoras:** perguntas para o formador fazer às professoras, estimulando a reflexão, a análise de práticas pedagógicas e o debate entre os participantes durante a formação.
- **Importante:** pontos importantes que podem gerar incompreensões e, portanto, merecem atenção ao serem conversados.

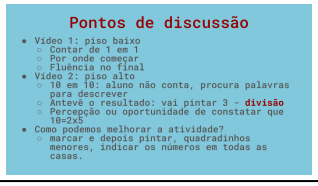
SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL POSICIONAL

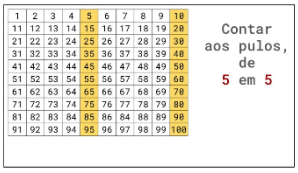
Ideias principais

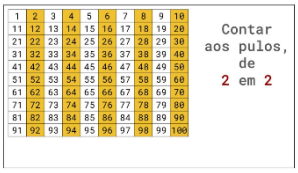
1. A **Reta Numérica** é um instrumento didático essencial que deve ser utilizado de forma **sistemática e progressiva** ao longo de todo o Ensino Fundamental. Sua função é ir além da simples representação, sendo o modelo visual primário para estabelecer:
   - a **relação de ordem** (maior/menor, estar entre)
   - a **relação de medida** (distância e intervalos)
   - modelar as **operações fundamentais** (adição/subtração por deslocamentos; multiplicação/divisão por saltos repetidos).
2. A característica **Posicional** do nosso sistema de numeração é a mais relevante, pois é ela que permite representar qualquer número com uma quantidade finita de algarismos, no caso do sistema decimal, 10 algarismos.
3. A **Sondagem (Ditado de Números)** é um instrumento crucial para diagnosticar a apropriação do SNDP, sendo a escolha dos números intencional para identificar dificuldades com o zero intercalado (marcador de ordem vazia) e a compreensão de que a posição altera o valor.
4. O conhecimento do professor sobre a estrutura é aprofundado ao se compreender que o valor de cada ordem do SNDP é definido pelas **potências de 10** (10^n). A **Tabela de Gattegno** é um recurso visual que explicita essa lógica, mostrando que cada deslocamento de linha ou coluna corresponde à multiplicação ou divisão por 10. A **Notação Científica** (utilizando potências de 10) é uma aplicação direta dessa estrutura que permite representar números muito grandes ou muito pequenos de forma concisa.
5. A **Propriedade Distributiva** é fundamental por estabelecer a relação entre a adição e a multiplicação, permitindo compreender como essas duas operações se articulam na construção do pensamento aritmético e algébrico (a x (b+c) = a x b + a x c). É importante que o professor distinga os processos **Mecânicos** (como Distribuir) dos processos **Estratégicos** (como Decompor e Colocar em Evidência).

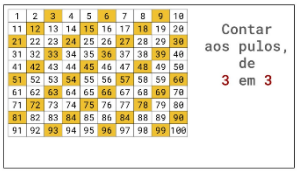
Blocos	Slides Caderno 02 - PC: SNDP ...	Orientações
1.16 e 1.17	 	**Retomando o encontro anterior** Retome, de forma sucinta, a discussão do encontro anterior sobre as etapas da trajetória de aprendizagem da contagem. Ao final desse encontro, foram analisadas duas atividades para apoiar a transição das crianças das etapas de contador e produtor para contador a partir de qualquer número e contador aos pulos. A atividade das “mãos” evidenciou diferentes estratégias das crianças para encontrar a parte faltante (contar a partir de um número, contar para trás e subtizar), permitindo diagnosticar níveis distintos de compreensão da subtração. Em seguida, a análise de vídeos sobre contagem por pulos mostrou como uma mesma tarefa pode funcionar como atividade de piso baixo e teto alto, favorecendo desde a contagem serial até o reconhecimento de padrões, antecipação de resultados e relações entre múltiplos.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>



</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>1.19</td>
<td>


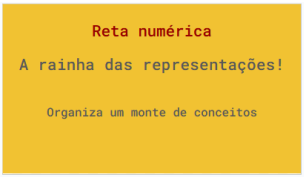
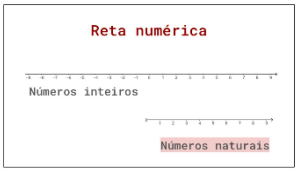




</td>
<td>
Para finalizar o tema da Trajetória de aprendizado para a contagem, proponha uma conversa aprofundada sobre a utilização de quadros numéricos até o 100 para trabalhar a habilidade de contador aos pulos.
Este recurso visual é indispensável para a construção do senso numérico:
- Identificação de Padrões: O quadro permite trabalhar com padrões em números e situações, facilitando a visualização. Por exemplo, devido à disposição dos números em 10 colunas, ao contar de 10 em 10 (múltiplos de 10) o padrão é vertical (coluna toda colorida).
- Análise de Padrões: A tabela numérica é usada para a identificação de diferentes tipos de padrões. Por exemplo, observe que, devido à disposição em dez colunas, os múltiplos de 5 e de 2 também geram colunas inteiras coloridas. Já para os múltiplos de 3, o padrão é outro (diagonal), sendo visualmente diferente.
- Desafio Pedagógico: Discutir com os cursistas: seria possível remontar o quadro para que o padrão do 3 ficasse vertical, como o de 2? Sim, se a tabela fosse remontada com 3, 6 ou 9 colunas. Isso demonstra a relação entre a base da contagem (o "pulo") e a estrutura visual do quadro.
- Cálculo Mental e Fluência: O contar aos pulos serve como base para desenvolver estratégias de cálculo mental e construir a fluência numérica, pois os alunos memorizam e reconhecem as sequências de múltiplos.
- Reforço Prático: A atividade pode ser reforçada com a exploração de materiais concretos, como a representação de saltos na reta numérica ou jogos com passos múltiplos.

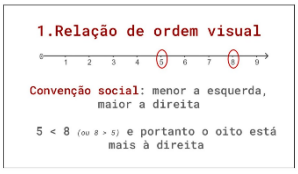
Sistema de Numeração Decimal (SND)
A ideia particular de contar aos pulos de 10 em 10 adquire grande importância quando as crianças começam a trabalhar com o Material Dourado. Essa
</td>
</tr>
</table>

		representação concreta é altamente representativa do nosso sistema de numeração, onde: - Os cubinhos representam as **unidades**. - As barrinhas representam as **dezenas** (grupos de 10 unidades). - As placas representam as **centenas** (grupos de 10 dezenas). - O cubo maior representa a **unidade de milhar**. Ao realizar saltos de 10 em 10 no quadro e, em seguida, observar que **10 unidades formam 1 dezena** no Material Dourado, a criança estabelece a conexão fundamental entre a contagem por agrupamento e a estrutura do nosso sistema de base dez. Provoque os cursistas com a seguinte pergunta: **Pergunta disparadora:** *Sistema de numeração decimal (SND) ou sistema de numeração decimal posicional (SNDP)?* **Importante:** A ideia da utilização da nomenclatura Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP) é devido ao fato de que a posição que o algarismo ocupa é um elemento de extrema importância extrema. Essa posição, mais do que o fato de o sistema ser de base dez, é o que confere o significado e o valor real ao número. Para ilustrar, o número 21 é diferente de 12 unicamente porque a posição dos algarismos é distinta: no **21**, o algarismo **2** representa **duas dezenas** e o **1** representa **uma unidade**; no **12**, o **1** representa **uma dezena** e o **2** representa **duas unidades**. A posição carrega o significado do valor que o algarismo representa (unidade, dezena, centena, etc.), e é essa característica posicional que é fundamental para a estrutura e o funcionamento do nosso sistema. Embora outras bases numéricas possam ser utilizadas (binária, por exemplo), o princípio de que a posição do algarismo determina seu valor relativo é o que realmente define a importância e a eficiência do sistema. **Para saber mais:** **Artigo -** Fluência Sem Medo: Pesquisas Mostram as Melhores Formas de Aprender Fatos Matemáticos O texto defende que a fluência matemática se desenvolve a partir do senso numérico e da compreensão das relações entre os números, e não pela memorização rápida de fatos. Pesquisas mostram que práticas baseadas em repetição e testes cronometrados aumentam a ansiedade e limitam a aprendizagem, enquanto estratégias flexíveis e atividades significativas promovem compreensão, confiança e desempenho matemático duradouro.

2		**OBJETIVO:** Demonstrar o papel da reta numérica como um instrumento didático essencial e integrador no Ensino Fundamental, cuja utilização sistemática e progressiva vai além da simples representação. Pretende-se mostrar como ela organiza a compreensão da estrutura dos conjuntos numéricos (naturais, a princípio), estabelece a relação de ordem e medida, modela as operações fundamentais, e constrói as bases conceituais para futuros tópicos.
2.1	**(A)** 	**Introdução: O uso da reta numérica no ensino da matemática** Ao analisarmos os livros didáticos do Ensino Fundamental, observamos que a reta numérica é apresentada, mas seu potencial didático é subexplorado. Contudo, ela é instrumento didático fundamental, capaz de abrir múltiplas possibilidades de trabalho, favorecendo a organização e a compreensão da estrutura e das relações entre os diversos conjuntos numéricos. Sugerimos, então, que a reta numérica seja um recurso visível e permanente na sala de aula, tal como o alfabeto. Os slides a seguir apresentarão ideias e conceitos que podem ser explorados com esse recurso, que será aprofundado ao longo desta trajetória formativa conforme os conteúdos específicos abordados. **(A) Números naturais e números inteiros:** com estudantes dos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental, o trabalho com a reta numérica deve focar na representação dos números naturais ($\mathbb{N}$), iniciando no zero e com espaçamento de uma unidade. Este é o ponto de partida para a contagem, ordenação e identificação de sucessores/antecessores. A partir do 3º ano e até o 6º ano, a representação da reta se expande gradativamente para incluir os números racionais positivos (fração e decimal) e suas localizações, como por exemplo, o número 1,8 está entre os números 1 e 2 e mais próximo do 2; a fração ½ está exatamente entre os números 0 e 1. O foco passa a ser a relação entre parte e todo, e a compreensão de que existem infinitos números entre quaisquer dois inteiros. No 7º ano, introduz-se a representação dos números inteiros ($\mathbb{Z}$), incluindo os valores negativos e a noção de simetria em relação ao zero. Essa etapa é crucial para a introdução de operações com números inteiros e a compreensão da reta como um modelo de coordenadas. Posteriormente, o trabalho se expande para todo o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$), que incorpora, além dos racionais, os números irracionais (como π ou $\sqrt{2}$).

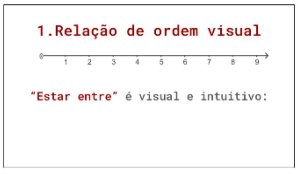
Sementes para o futuro
Iniciar o trabalho com a reta numérica logo no 1º ano e ir expandindo esse conhecimento conforme o estudante avança as etapas, o ajudará a desenvolver habilidades essenciais que o auxiliarão na compreensão da estrutura dos conjuntos numéricos, na visualização da ordem desses números e no entendimento de conceitos algébricos e de Geometria Analítica que aparecerão em etapas futuras, como a representação de intervalos reais, a localização de pontos no plano cartesiano e a resolução de inequações. Em suma, é uma representação que acompanhará o estudante em todo o Ensino Básico e inclusive no Ensino Superior (se se dedicar à área de exatas ou tecnológicas).

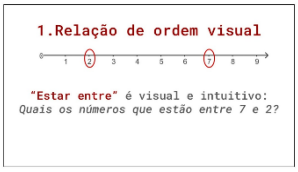
(B)

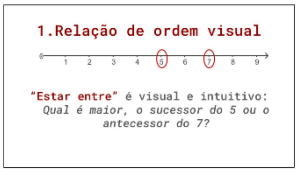


(B) Relação de ordem (maior/menor): A reta numérica é o modelo visual primário para estabelecer a relação de ordem entre os números. É uma convenção social que os números são representados de modo crescente da esquerda para a direita, de modo que, um número a é maior que um número b ($a > b$) se ele estiver desenhado/marcado/representado à direita de b, e menor que b ($a < b$) se estiver à esquerda de b. Essa visualização, facilitada pela reta numérica, é essencial para a compreensão da ordenação, especialmente na transição para os números inteiros (negativos) e para a comparação de números racionais.

(C)



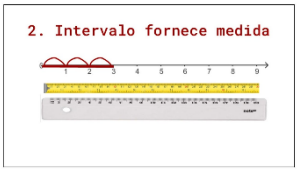


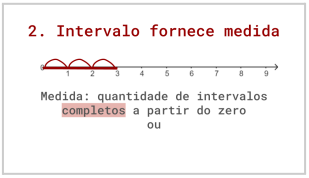


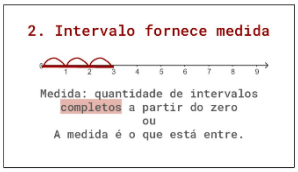
(C) Relação de ordem (estar entre): O conceito de "estar entre" é crucial. Inicialmente, a reta numérica permite explorar a sequência numérica e os padrões (sucessor/antecessor) nos números naturais.

Sementes para o futuro
Mais adiante, a reta numérica permite ampliar essa discussão ao levantar perguntas como: quantos números existem entre dois números dados? Quando se consideram apenas números naturais, a resposta depende dos números escolhidos. No entanto, ao admitir frações e números decimais, as crianças passam a perceber que sempre é possível encontrar novos números entre dois pontos da reta, por menores que sejam os intervalos. Essa ideia evidencia que, diferentemente dos naturais, os números racionais (e reais) não “saltam”, mas preenchem continuamente a reta, transformando um modelo inicialmente discreto em um modelo contínuo.

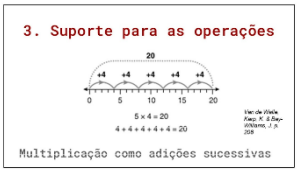
(D)

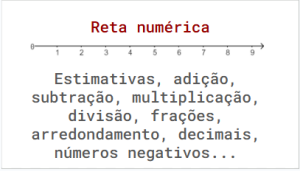


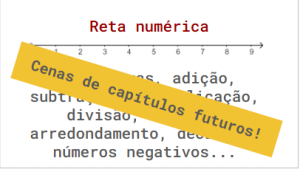




(E)







(D) Relação com medidas: A reta numérica estabelece uma conexão fundamental entre o conceito de número e a noção de medida como a distância entre dois pontos. Podemos medir a distância contando o número de intervalos. Mesmo com uma régua quebrada, por exemplo começando no 6, podemos medir considerando a diferença entre os extremos.

Sementes para o futuro

Essa organização é a base para a introdução da ideia de intervalo e sua representação. Ao modelar o comprimento, a massa ou o tempo, a reta numérica funciona como uma escala de medida padronizada.

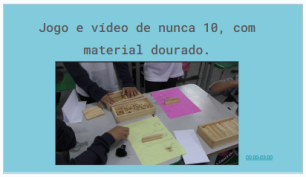
(E) Operações matemáticas: A reta numérica atua como um modelo visual que ajuda a concretizar as operações fundamentais.

- **Adição** e **Subtração** são modeladas por deslocamentos (avanços e recuos) a partir de um ponto inicial.
- A **Multiplicação** é representada por adições sucessivas (contagens "aos pulos" ou saltos de igual amplitude), permitindo visualizar o produto de $m \times n$ como m saltos de comprimento n.
- A **Divisão** pode ser interpretada como a busca pelo número de saltos de um determinado tamanho (divisão por agrupamento) ou como o tamanho do salto necessário para atingir um ponto em um número fixo de pulos (divisão por partição).

Defendemos, portanto, que a reta numérica assuma um papel central e integrador no ensino da matemática e que seja trabalhada de maneira sistemática e progressiva. É importante que os estudantes se familiarizem com este recurso ao longo de todo o Ensino Fundamental, construindo gradualmente a partir dela a base conceitual para diversos tópicos. Este trabalho contínuo fomenta habilidades cruciais em estimativa, ordenação, operações (adição, subtração, multiplicação, divisão), localização de racionais (frações e decimais), arredondamento, e a manipulação de números negativos e intervalos. A reta numérica não é apenas um diagrama, mas sim um organizador conceitual da Aritmética.

2.2	Sistema de numeração decimal posicional	**OBJETIVO:** Demonstrar a primeira grande qualidade do Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP): a possibilidade de representar qualquer número utilizando apenas dez símbolos, os algarismos 0, 1, 2, ..., 9, simplesmente alterando o valor que representam de acordo com a sua posição.
2.3	Sistema de numeração decimal posicional abril de 2025 SND ou SNDP?	**Introdução:** Optamos por acrescentar a letra **"P"** ao SND, formando **SNDP (Sistema de Numeração Decimal Posicional)**. Tomamos essa decisão porque compreendemos que a estrutura posicional é a característica essencial do nosso sistema de numeração e deve receber maior destaque no processo de ensino e aprendizagem dos números. O fato de o nosso sistema de numeração possuir estrutura posicional é essencial pois lhe confere maior capacidade de representação de forma lógica e compacta, atribuindo valores distintos aos algarismos conforme a posição que ocupam. Já o fato de ser decimal é circunstancial e só ocorre porque temos 10 dedos (10 dígitos = 10 digitais = 10 dedos).
2.4	Qual língua você acha que é mais fácil de escrever: árabe ou chinês? هل ترغب في الحصول على المزيد من المعلومات: ما هو السبب وراء ذلك؟ 您認為哪種語言比較容易書寫：丹麥文還是中文？	Nesse *slide*, a mesma frase está escrita em árabe e em chinês. Provoque os cursistas com as seguintes perguntas: **Pergunta disparadora:** *O que é mais fácil aprender: árabe ou chinês?* ● O árabe utiliza 28 letras básicas em seu sistema de escrita, que é essencialmente silábico. As vogais curtas não são parte do alfabeto e geralmente são indicadas por sinais diacríticos (pontos e traços) escritos acima ou abaixo das letras. ● O chinês, por sua vez, é um sistema baseado em ideogramas, com mais de 50 mil símbolos catalogados (para ler jornal, um leitor precisa conhecer aproximadamente mil símbolos). Nesse sistema, cada símbolo representa uma palavra ou ideia, o que o torna muito diferente dos sistemas alfabéticos. **Ideia principal: Não sabemos nem árabe nem chinês, mas o árabe deve ser mais fácil de aprender: com as 28 letras e alguns sinais diacríticos podemos escrever qualquer palavra.** **Perguntas disparadoras:** *E quanto aos sistemas de numeração?* *Existem alguns mais fáceis do que outros?* A partir dessas perguntas, é esperado que os cursistas mencionem diferentes sistemas de numeração historicamente utilizados, como o romano,

	Por que o SNDP é melhor do que os anteriores? Por que o SNDP é melhor do que os anteriores? 1. Com dez símbolos (0,1,...,9) é possível escrever qualquer número. Por que o SNDP é melhor do que os anteriores? 1.Com dez símbolos (0,1,...,9) é possível escrever qualquer número. 2.Estrutura posicional facilita muito operações!	o egípcio, o maia, o babilônico e o binário. Essas comparações costumam levar à percepção de que alguns sistemas facilitam mais o registro, a leitura e o cálculo do que outros, dependendo de suas características estruturais. Em geral, sistemas não posicionais, como o romano e o egípcio, tendem a ser apontados como mais difíceis para realizar cálculos, pois exigem reagrupamentos constantes e não preservam o valor dos símbolos conforme a posição. Já sistemas posicionais, como o babilônico, o maia, o decimal e o binário, favorecem a representação de grandes quantidades e a realização de operações, uma vez que o valor de cada símbolo depende da posição que ocupa. Essa discussão permite evidenciar que a "facilidade" de um sistema não está relacionada à base escolhida, mas à presença ou não da estrutura posicional e de um símbolo para representar a ausência de quantidade em uma determinada ordem. **Importante:** Esse momento pode ser explorado para reforçar que o Sistema de Numeração Decimal, utilizado atualmente, não é "natural" ou "mais simples" por si só, mas eficiente do ponto de vista matemático, justamente por articular base, posição e zero, o que o torna potente para a generalização, o cálculo e a representação compacta dos números. **Para saber mais:** **Artigo -** Sistemas de Numeração: Evolução Histórica, Fundamentos e Sugestões para o Ensino O texto discute a diversidade histórica dos sistemas de numeração, destacando que eles diferem quanto à base e à estrutura. Evidencia que o princípio posicional e a introdução do zero tornaram os sistemas mais eficientes, culminando no sistema decimal. Defende que estudar esses sistemas amplia a compreensão do funcionamento dos números e do próprio sistema de numeração decimal. **Pergunta disparadora:** *Quantos símbolos precisamos para escrever qualquer número em nosso sistema de numeração?* Utilizamos dez símbolos (algarismos): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Com esses dez símbolos, somos capazes de escrever qualquer número, pois o nosso sistema é posicional — ou seja, o valor de cada algarismo depende da posição que ele ocupa no número. Reforce com os cursistas que em nosso sistema de numeração decimal, o valor de um algarismo muda

		conforme a posição que ele ocupa no número. Em **222**, o primeiro 2 vale **2**00, o segundo vale **2**0 e o último vale **2**. Essa característica confere ao nosso sistema de numeração maior eficiência e praticidade, possibilitando representar qualquer número com apenas dez símbolos. Mais adiante, quando formos ver métodos e algoritmos para realizar as operações, veremos que eles são todos baseados nessa característica do SNDP. **Importante:** A utilização de cores para representar algarismos que ocupam a mesma ordem ajudam os estudantes no entendimento do valor posicional, o que será abordado mais adiante na formação.
2.5		**Momento vídeo** Esse bloco se aprofundará na análise do vídeo de estudantes trabalhando com o jogo "Nunca Dez", que é uma ferramenta para que os cursistas visualizem como os alunos constroem, de forma concreta e através do agrupamento de dez em dez, a noção de valor posicional. **Jogo “Nunca dez”** Comece descrevendo a situação: a atividade a ser apresentada no vídeo foi proposta a estudantes do 4º ano, eles estavam dispostos em duplas e haviam estudantes-auxiliares circulando pela sala. A atividade focou em desenvolver nos estudantes a compreensão do SNDP. Retome com os cursistas as regras desse jogo para que todos compreendam o que as crianças estão fazendo. É importante fazer na lousa algumas jogadas junto com a turma, se assegurar que entenderam a regra do jogo. **Impressão:** **Jogo "Nunca dez"** **Jogo “Nunca dez”** **Objetivos:** Favorecer o entendimento do Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP) de forma concreta e lúdica. Ao manipular cubinhos (unidades), barrinhas (dezenas) e placas (centenas), os alunos visualizam como 10 unidades formam 1 dezena e 10 dezenas formam 1 centena. As trocas entre posições permitem compreender que o valor de cada algarismo depende da posição que ocupa no número. Durante o jogo, também é possível trabalhar adição e subtração com agrupamentos, tornando o cálculo mais estruturado e

estratégico. Nessa situação as crianças têm múltiplas oportunidades de realizar trocas, contar, comparar quantidades e tomar decisões, repetindo essas ações diversas vezes. Essa recorrência permite observar como os alunos mobilizam e refinam estratégias de contagem e organização, favorecendo o desenvolvimento gradual de fluência.
Material necessário: Material dourado, dados, quadro de valor posicional. A quantidade de dados pode variar. É possível começar com um dado e mais adiante passar para dois ou mais dados, conforme a proficiência do aluno.

1. **Começo do jogo:**
   - Sorteia-se quem vai começar.
2. **Como jogar:**
   - O jogador lança os dados.
   - O jogador retira da caixa de material dourado a quantidade de cubinhos (unidades) indicado nos dados lançados na sua vez e posiciona esse montante no quadro de valor posicional.
   - Quando completar 10 unidades, o jogador troca 10 cubinhos por 1 barrinha (dezena).
   - O jogador deve colocar a barrinha na posição das dezenas.
   - Quando completar 10 dezenas, o jogador troca 10 barrinhas por 1 placa (centena), e assim por diante.
3. **Vencedor:**
   - Ganha quem conseguir 10 barrinhas (1 centena = 100 unidades). Ou, se houver limite de tempo, vence quem tiver a maior quantidade ao final do período.

Antes da apresentação do vídeo: Chame a atenção para a forma como as crianças manipulam cubinhos (unidades), barrinhas (dezenas) e placas (centenas), realizando as trocas entre posições e construindo números de forma concreta e como elas interagem entre si, sugerir que os cursistas façam anotações das observações.

Vídeo: V3 - Nunca 10

Após a apresentação do vídeo: Diversas questões podem ser problematizadas:

- **A maneira como as duplas foram montadas para o jogo:** É recomendável que o nível de saber dos alunos que compõem uma mesma dupla seja próximo, favorecendo uma participação mais equilibrada e colaborativa. Quando há uma diferença muito grande entre os níveis de conhecimento, corre-se o risco de que um dos alunos assuma o papel dominante, realizando as

ações e decisões enquanto o outro apenas observa, sem se envolver efetivamente na construção do raciocínio. Nesse caso, especificamente, havia estudantes atuando como auxiliares na sala.

- **A importância de conversar com os alunos sobre o jogo que acabaram de jogar:** Esta é uma prática que vale para qualquer tipo de jogo utilizado em sala de aula. Conversar sobre o jogo oferece às crianças a oportunidade de refletir sobre as estratégias que utilizaram, reconhecer o que aprenderam, expressar dúvidas e atribuir sentido à experiência vivida. Além disso, ao conversar sobre o jogo, o professor pode compreender melhor como os alunos estão pensando e, assim, planejar intervenções mais adequadas.
- **Função pedagógica do jogo "Nunca Dez":** As questões a seguir podem servir como apoio para promover o diálogo e a análise sobre os objetivos e as aprendizagens envolvidas nessa atividade.

Tempo	Situação	Sugestões de perguntas
0:46	Estudante-auxiliar faz pelo estudante que está jogando.	- O estudante teve tempo para pensar? - Quantas vezes os professores agem da mesma maneira sem se darem conta?
1:02	Contagem dos cubinhos.	- A maneira como o estudante-auxiliar conta os cubinhos demonstra que ele subtizou? - A forma de organizar as peças permite o desenvolvimento dessa habilidade? - Ele consegue contar a partir de qualquer número?
2:20	Comparação dos cubinhos da unidade com a barra da dezena.	- O que você percebe sobre a maneira como as crianças manipulam o material dourado? - Que estratégia foi

		utilizada para trocar os cubinhos pela barra? - Isso facilita o entendimento? - É possível fazer essa comparação direta com outros tipos de materiais?

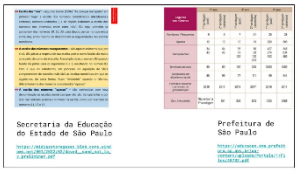
Outras questões que podem ser problematizadas:

- Como o jogo pode ajudar os alunos a perceberem que o valor de um algarismo depende da posição que ocupa no número?
- Que saberes matemáticos as crianças estão desenvolvendo ao jogar “Nunca Dez”?
- Como o jogo pode favorecer a contagem estruturada?
- Que desafios ou dificuldades podem surgir durante a atividade e como o professor pode intervir para apoiar o aprendizado?
- Como você adaptaria ou ampliaria essa atividade? (Uma forma de ampliar essa atividade é aumentar o número de dados, elevando o teto do jogo e, principalmente, a intensidade da prática envolvida. Com mais dados, os alunos passam a realizar reagrupamentos com muito mais frequência, por exemplo, com cinco dados, as trocas de 10 tendem a ocorrer em quase todas as jogadas, o que cria mais oportunidades para exercitar e consolidar esse procedimento).

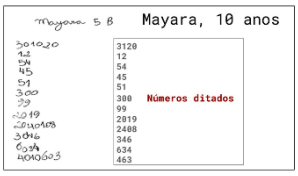
Importante: Notar que, embora o Material Dourado seja um excelente recurso concreto para a representação do nosso SNDP e para o trabalho com agrupamentos de 10 em 10, ele não é posicional em sua essência. O valor das peças (cubinho, barra, placa, cubo) é intrínseco; ou seja, a representação do número permanece a mesma, independentemente de onde as peças estejam dispostas na mesa. O valor posicional (unidade, dezena, centena, unidade de milhar) só é estabelecido quando o professor ou o estudante utiliza um quadro de valor posicional, ou quadro valor de lugar (QVL), para dar um lugar específico a cada peça, vinculando a quantidade à sua posição.

<table>
<tr>
<td>2.6</td>
<td>Sondagem de números</td>
<td>OBJETIVO: Apresentar a sondagem como um instrumento rápido para avaliar o conhecimento dos alunos no contexto do letramento matemático, especificamente no que tange à contagem e à escrita numérica.</td>
</tr>
<tr>
<td>2.7</td>
<td>

(A)



(B)



(C)

	1º ano	2º ano	3º ano
Familiares/Frequentes	9, 5	7, 31	25, 38
Opacos	12, 13	12, 13	200, 500
Transparentes	34, 43, 54, 45	97, 79, 124, 89, 68, 132, 213	427, 274, 742, 346, 634, 463
Terminam em zero	50, 60	100, 300	3000, 4000
Algarismos iguais	88, 99	77, 111	99, 444
Processo generalização		2019, 2017	
Zero intercalado	101	304, 603	1023, 2408

</td>
<td>

Introdução:

Embora as professoras estejam mais familiarizadas com seu uso na alfabetização, o foco aqui é demonstrar como o ditado de números atua como uma sondagem crucial para diagnosticar os saberes e as necessidades dos estudantes em relação ao Sistema de Numeração Decimal Posicional.

(A) Dois exemplos de sondagem sobre os números, uma da Rede Estadual e outra da Rede Municipal de São Paulo. Com este material, é possível refletir com os cursistas sobre quais aspectos considerar na avaliação dos conhecimentos que os alunos estão construindo sobre os números.

(B) Sondagem realizada com uma aluna do 5º ano, a Mayara. No lado direito, aparece o número ditado para a criança e, no lado esquerdo, a representação feita por ela.

Mayara, apesar de estar no 5º ano, ainda não consolidou seu entendimento do sistema de numeração decimal posicional. Isso fica evidente, por exemplo, quando ao tentar representar o número **três mil cento e vinte**, ela escreve **301020**, ou quando, ao registrar **dois mil quatrocentos e oito**, escreve **2040108**.

(C) O quadro de sugestões de ditado de números é um instrumento intencional, planejado para o Ciclo de Alfabetização (1º ao 3º ano), com o objetivo de diagnosticar os conhecimentos que os estudantes estão construindo sobre o Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP). A escolha dos números por categorias visa observar e analisar diferentes aspectos da evolução da escrita numérica:

- **Familiares/Frequentes:** São números mais comuns no cotidiano ou de menor ordem, usados para verificar a escrita básica e consolidada do estudante.
- **Opacos:** Números onde a leitura não revela de imediato a escrita (ex: "doze" não contém a palavra "dez").
- **Transparentes:** Números onde a leitura verbal é mais direta e "transparente" na escrita (ex: "trinta e quatro" revela claramente o 30 e o 4). A comparação entre a escrita desses dois tipos de
</td>
</tr>
</table>

números revela se o aluno já transcende o apoio na fala.

- **Terminam em Zero:** Números que terminam em zero (ex: 50, 100, 3000) são cruciais para verificar a compreensão do agrupamento de 10 em 10 e do papel do zero na indicação de ordens vazias (apesar de o zero ser um algarismo, nestes casos ele age como marcador da ausência de unidades ou dezenas).
- **Algarismos Iguais:** Números compostos por algarismos iguais (ex: 88, 111, 444) são usados para testar a compreensão de que a **posição** altera o valor do algarismo (o primeiro 4 em 444 vale 400, o segundo 40 e o último 4), sendo um teste direto do valor posicional.
- **Processo de Generalização:** Estes números (ex: 2019, 2017) são tipicamente de ordens maiores e servem para observar se o estudante consegue aplicar as regras estruturais do SNDP em um intervalo numérico mais amplo, demonstrando que ele generalizou o sistema.
- **Zero Intercalado:** Números com zeros intercalados (ex: 101, 304, 1023, 2408) são os mais importantes para diagnosticar a apropriação do **valor posicional do zero**; ou seja, se o aluno entende que o zero é um símbolo necessário para marcar a ausência de uma ordem, mas sem valor próprio naquela posição, evitando que a escrita se baseie apenas na soma aditiva dos valores falados (como em 304 → 34 ou 301020 no caso de Mayara).

A análise das respostas a essas categorias permite ao professor identificar as dificuldades, especialmente as que se apoiam na fala, para planejar intervenções que levem à escrita convencional dos números.

O formador pode promover uma reflexão com os cursistas a respeito de propostas didáticas que favoreçam o avanço dos estudantes na compreensão do sistema de numeração decimal posicional.

A seguir, apresentamos algumas sugestões de intervenções para consolidar o Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP):

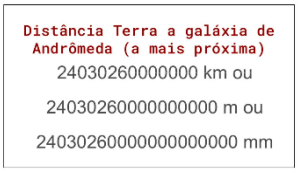
Intervenção	Foco Pedagógico	Descrição e Estratégia

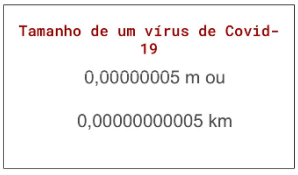
		1. Jogo "Nunca Dez" com QVP	Agrupamento e Valor Posicional.	Realizar o jogo "Nunca Dez" utilizando o Material Dourado e um Quadro de Valor Posicional (QVP). O professor deve forçar a regra da troca: a cada dez unidades (cubinhos), é obrigatória a troca por uma dezena (barra), registrando a ação no QVP. Isso concretiza que 10 na casa da Unidade se transforma em 1 na casa da Dezena, reforçando a ideia de que a posição muda o valor.
		2. Ditado com Cartas Numéricas (Decomposição)	Transição Oralidade → Escrita Posicional.	Utilizar cartas numéricas sobrepostas para realizar o ditado de números grandes. Para escrever "dois mil quatrocentos e oito" (2408), o aluno pega as cartas 2000, 400 e 8. Ele as sobrepõe e percebe que as casas vazias são automaticamente preenchidas pelos zeros, transformando a soma aditiva (2000+400+8) na escrita compacta e posicional (2408). Isso combate diretamente o erro aditivo 2040108.
		Recurso didático: Fichas Sobrepostas para imprimir Material manipulável que explora a escrita e a composição dos números por meio da sobreposição de algarismos, destacando o valor posicional com o uso de cores para cada ordem. **Para saber mais:** **Site Mathema** - Como usar fichas sobrepostas O site apresenta orientações didáticas para o uso de fichas sobrepostas no ensino do Sistema de Numeração Decimal, visando à leitura, escrita, comparação e decomposição de números naturais		
		3. Atividade "Onde Está o Zero?"	Função do Zero Intercalado.	Apresentar números que foram ditados na sondagem e que possuem zeros intercalados (ex: 304, 1023). O aluno deve justificar por que o zero precisa estar ali. Utilizar o Material Dourado e o QVP: se o aluno ditar "304", ele coloca 3 placas (centenas) e 4 cubinhos (unidades); a casa da dezena fica vazia. O zero é o algarismo que deve ocupar essa posição

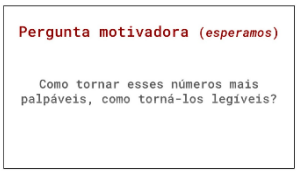
<table>
<tr><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td></td><td>no QVP, demonstrando sua função de marcador de posição.</td></tr>
<tr><td>4. Foco em Algarismos Iguais</td><td>Posição Define o Valor.</td><td>Explorar números como 222 ou 444. O professor escreve o número e utiliza cores diferentes para cada algarismo. Ele questiona: "O primeiro 2 vale quanto? E o último 2?". Isso reforça que, embora o algarismo seja o mesmo, a posição determina seu valor (ex: 200, 20, 2). O uso de cores ajuda a diferenciar visualmente as ordens.</td></tr>
</table>

Para saber mais:
Cartilha: Orientações para sondagem - SEDUC SP (Estado)
O documento apresenta orientações para a sondagem de números nos anos iniciais, destacando sua importância como instrumento diagnóstico para compreender as hipóteses dos estudantes sobre o Sistema de Numeração Decimal. Defende a sondagem como base para intervenções pedagógicas, acompanhamento da aprendizagem e tomada de decisões didáticas ao longo da alfabetização matemática.

Cartilha: Documento orientador para sondagem de matemática - SEDUC SP (Prefeitura)
O documento orienta a sondagem de Matemática como avaliação diagnóstica e processual, voltada a compreender como os estudantes constroem a escrita numérica e resolvem problemas. Destaca o uso dos dados para qualificar intervenções pedagógicas, apoiar o planejamento docente e acompanhar a aprendizagem no ciclo de alfabetização, considerando diferentes categorias de números e campos conceituais.
</td></tr>
<tr><td>2.8</td><td>Estrutura posicional e potências</td><td>OBJETIVO: Enriquecer o conhecimento matemático dos cursistas, aprofundando a compreensão do conceito estruturante de que, no nosso Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP), o valor de cada ordem é definido pelas potências de 10.</td></tr>
<tr><td>2.9</td><td>Distância Terra a galáxia de Andrômeda (a mais próxima)
24030260000000 km</td><td>Introdução:
A seguir, vamos relembrar como utilizar a potenciação para representar números no nosso sistema de numeração decimal. Compreender esse conceito ajuda o professor a aprofundar sua compreensão sobre a decomposição numérica, permitindo-lhe perceber as relações e regularidades presentes na estrutura do sistema de numeração decimal, mesmo que esse conteúdo não seja diretamente ensinado às crianças nas etapas iniciais do ensino fundamental.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>






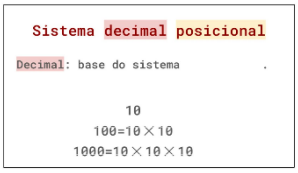
</td>
<td>
Matematicamente deve ser novidade para a maioria dos cursistas e, por isto, demanda trabalhar com calma e paciência.

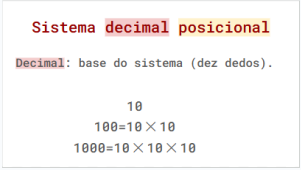
Importante: Destacamos que, em hipótese alguma, defendemos o ensino de potenciação para as crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nosso objetivo, aqui, é aprofundar o olhar do professor sobre os processos de construção do número e fortalecer sua compreensão sobre as diferentes formas de decompor e representar quantidades.

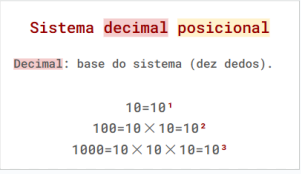
Para iniciar a conversa sobre potenciação, o formador deve perguntar aos cursistas:

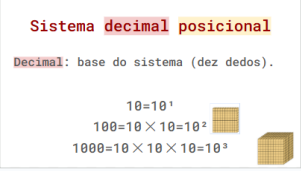
Pergunta disparadora:
Como podemos tornar números, como os apresentados nos slides, mais legíveis?

Números muito grandes ou muito pequenos, como os apresentados nos slides, são difíceis de ler e de escrever. Por isso, podemos utilizar as potências para representá-los de forma mais sintética e organizada.

Importante: Os primeiros três slides são uma provocação e devem ser passados rapidamente. Eles serão retomados no final da unidade quando as grandezas serão expressas em forma de potência.
</td>
</tr>
<tr>
<td>2.10</td>
<td>




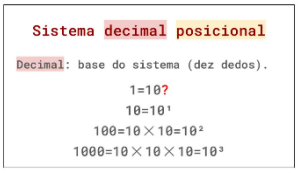
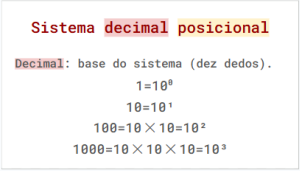


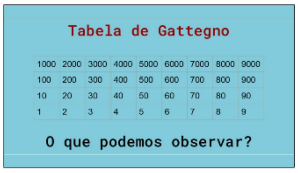
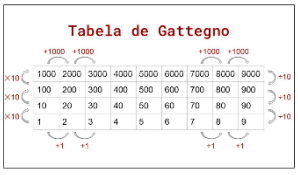


</td>
<td>
Vamos nos aprofundar no aspecto decimal do nosso sistema de numeração. A ideia central é compreender como a base 10 pode ser utilizada para representar os números por meio de potências, evidenciando a lógica que organiza o sistema numérico que ensinamos às crianças.
Isso significa que o número 10 é multiplicado por ele mesmo várias vezes, e o expoente indica quantos fatores 10 essa multiplicação terá.
Veja os exemplos:

<table>
<tr><td>10</td><td>10</td><td>10^1</td><td>o 10 aparece uma vez</td></tr>
<tr><td>100</td><td>10 x 10</td><td>10^2</td><td>o 10 aparece duas vezes</td></tr>
<tr><td>1.000</td><td>10 x 10 x 10</td><td>10^3</td><td>o 10 aparece três vezes</td></tr>
</table>

Assim, cada aumento no expoente representa uma nova multiplicação por 10, mostrando a relação direta entre o sistema de numeração decimal e as potências de base 10.
</td>
</tr>
</table>

		Vale lembrar que, na potenciação, quando a base é 10 e o expoente é **2**, dizemos que o dez está elevado à segunda potência ou **“10 ao quadrado”**. Falamos “ao quadrado” porque somos levados a pensar na ideia da **área de um quadrado** que tem 10 unidades de lado e que de fato representa uma centena (100 cubinhos). Quando o expoente é **3**, dizemos que o dez está elevado à terceira potência ou **“10 ao cubo”**, pois refere-se ao **volume de um cubo** com aresta de 10 unidades ou seja, uma unidade de milhar (1000 cubinhos). Nosso sistema é chamado de **decimal** justamente porque está estruturado em **grupos de dez**. Isso significa que **cada ordem vale dez vezes mais do que a anterior**: • **10 unidades** formam **1 dezena** • **10 dezenas** formam **1 centena** • **10 centenas** formam **1 unidade de milhar** Essa regularidade se repete indefinidamente e pode ser expressa por meio de **potências de base 10**, como: • **10^1 = 10** → representa **uma dezena** • **10^2 = 100** → representa **uma centena** • **10^3 = 1.000** → representa **uma unidade de milhar** Compreender essa estrutura ajuda o professor a reconhecer a lógica do sistema de numeração decimal, o que é fundamental para planejar situações de ensino que favoreçam a compreensão do valor posicional pelos alunos dos anos iniciais.
2.11	 	Para introdução da unidade, chegaremos ao resultado do 10^0 utilizando os padrões observados anteriormente, realizando divisões por 10. **Pergunta disparadora:** *O que foi feito para passar de **1000 para 100**?* *E de **100 para 10**?* *E de **10 para 1**?* Para passar de um número para outro é necessário fazer uma divisão por 10 e, a cada divisão por 10, **diminuímos o expoente em 1 unidade**. Observando o padrão dos expoentes nos slides, de baixo para cima, temos 3, 2 e 1, o que sugere que o próximo será o zero. Assim, temos que: • **10^0 = 1** → representa **uma unidade** Esse tipo de raciocínio quando o padrão sugere uma regularidade para situações que não teriam

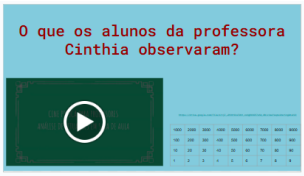
		significado e aparecem em diversas situações de argumentação com as crianças, denominamos princípio da permanência.
2.12	(1)  (2)  	**A Tabela de Gattegno** Caleb Gattegno (1911–1988) foi um educador e matemático que desenvolveu diversos materiais didáticos para o ensino de matemática. A Tabela de Gattegno é um recurso didático que organiza o Sistema de Numeração Decimal de forma visual e estruturada, evidenciando o valor posicional dos algarismos. Nela, cada linha ou coluna representa uma ordem (unidades, dezenas, centenas, etc.), permitindo perceber que avançar uma posição corresponde a multiplicar por 10 e retroceder a dividir por 10. Esse arranjo ajuda alunos e professores a compreenderem regularidades, decomposição de números e a lógica do sistema decimal. Esta atividade tem três etapas: 1. Deixar as professoras explorarem e descobrirem **sozinhas** as propriedades da Tabela de Gattegno (slide azul); 2. Sintetizar estas propriedades (slide branco); 3. Mostrar um vídeo de uma professora fazendo esta atividade com uma turma de 4º ano. **Importante:** Não faça spoiler das etapas posteriores, deixe a surpresa da etapa 3 emergir com força: os alunos e as professoras conseguem perceber as mesmas propriedades! (1) Apresentação da Tabela **Pergunta disparadora:** *O que podemos observar na tabela?* Avance para o próximo slide somente após esgotada a discussão com os cursistas, pois serão apresentadas algumas respostas e observações. Eventualmente, as observações das cursistas podem ser anotadas de modo esquemático na lousa. (2) Este slide sintetiza as propriedades básicas da Tabela de Gattegno, um recurso visual que ajuda a compreender o sistema de numeração decimal e o valor posicional dos números. O que pode ser observado na tabela: • **Mostra as potências de 10**: cada linha ou coluna representa uma potência: $1 = 10^0, 10 = 10^1, 100 = 10^2, 1.000 = 10^3, \ldots$

- **Evidencia o valor posicional das linhas**: a cada deslocamento para cima, o número é **multiplicado por 10**; e, para baixo, é **dividido por 10**.
- **Evidencia o valor posicional das colunas**: a cada deslocamento para direita, os valores da primeira coluna são adicionados, resultando em seus **múltiplos**.
- **Ajuda na compreensão das operações** de multiplicação e divisão por 10.

Pergunta disparadora:
Dá para usar a Tabela de Gattegno com os alunos? Quais das observações que vocês fizeram vocês acham que os estudantes fariam também?

Após a discussão, apresentar o vídeo em que a professora discute a Tabela com sua turma de 4º ano.

(3)



(3)
Vídeo: V4 - Tabela de Gategno

Após a exibição do vídeo, proponha a seguinte reflexão com os cursistas: durante o vídeo, observe como a professora estimula o raciocínio dos estudantes, incentivando-os a identificar os padrões na tabela e a compreender a relação entre as potências de 10 e seus múltiplos.

Tempo	Situação	Comentários/ Observações
0:45	Davi comenta dos números estarem pulando de 10 em 10: $1\times10=10$, $10\times10=100$, $100\times10=1000$.	Potências de 10.
1:25	Primeira coluna começa com 1, segunda com 2, …	Apropriação de vocabulários, valores representados pelo mesmo dígito em posições diferentes.
1:59	Números pulando em linhas: 100 em 100, 10 em 10, 1 em 1, …	Apropriação da regularidade (múltiplos).

<table>
<tr><td></td><td></td><td>Após a discussão, pode-se concluir que a Tabela de Gattegno é um recurso didático que ajuda a visualizar o sistema de numeração decimal e compreender melhor os conceitos da potência de 10 e da decomposição. Quando a professora utiliza a Tabela de Gattegno como suporte para a conversa, os alunos são capazes de sustentar conversas matemáticas sérias e compenetradas, sem que sua capacidade de argumentação seja menosprezada.</td></tr>
<tr><td>2.13</td><td>Representando os números na Tabela de Gattegno
3140 = 3000 + 100 + 40
<table><tr><td>1000</td><td>2000</td><td>3000</td><td>4000</td><td>5000</td><td>6000</td><td>7000</td><td>8000</td><td>9000</td></tr><tr><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td><td>600</td><td>700</td><td>800</td><td>900</td></tr><tr><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr></table>
Representando os números na Tabela de Gattegno
3140 = 3000 + 100 + 40
314 = 300+ 10 + 4
<table><tr><td>1000</td><td>2000</td><td>3000</td><td>4000</td><td>5000</td><td>6000</td><td>7000</td><td>8000</td><td>9000</td></tr><tr><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td><td>600</td><td>700</td><td>800</td><td>900</td></tr><tr><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr></table>
Representando os números na Tabela de Gattegno
3140 = 3000 + 100 + 40
314 = 300+ 10 + 4
31,4 = 30+ 1 + 0,4 ?
<table><tr><td>1000</td><td>2000</td><td>3000</td><td>4000</td><td>5000</td><td>6000</td><td>7000</td><td>8000</td><td>9000</td></tr><tr><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td><td>600</td><td>700</td><td>800</td><td>900</td></tr><tr><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr></table></td><td>Propomos uma reflexão sobre a utilização da Tabela de Gattegno como ferramenta visual para consolidar a estrutura do Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP).

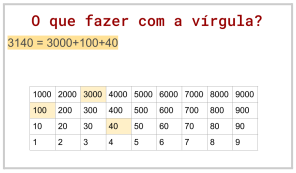
Pergunta disparadora:
O que está sendo feito com a Tabela de Gattegno a partir do número 3140?

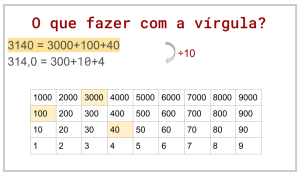
Chame atenção para a forma como o número 3140 está escrito: 3000 + 100 + 40.
Provoque a turma com perguntas:

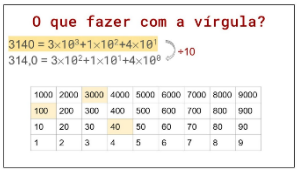
Perguntas disparadoras:
Qual o maior número conseguimos representar na Tabela de Gattegno?
Por que não podemos colorir mais de um valor por linha?

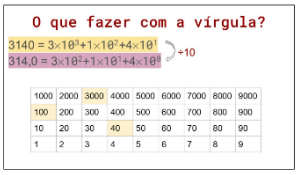
Neste caso, até poderia colorir mais de um valor por linha, mas perderíamos a clareza da decomposição posicional e a unicidade da representação.
Destaque que o número é decomposto de forma a considerar no máximo um elemento de cada ordem (um na unidade, um na dezena, um na centena, um na unidade de milhar, …), que é sua representação.

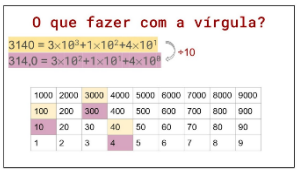
Apresente o slide com o número 314 e sua representação na Tabela de Gattegno. Ao relacioná-lo com o número 3140, nota-se que na representação visualmente “desce” uma linha. (o 3 sai da unidade de milhar para a centena, o 1 da centena para a dezena, etc.). Isso reforça a ideia da multiplicação e divisão por 10: ao dividirmos por 10, os milhares viram centenas, as centenas dezenas, as dezenas unidades.
Na sequência, mostre a tabela com o número 31,4 que mantém o padrão de “queda" (divisão por 10), agora ultrapassamos as unidades, porém, na tabela não há decimais. Este será o gancho para falar sobre a vírgula e concluir se ela “anda ou não”.</td></tr>
<tr><td>2.14</td><td></td><td>Perguntas disparadoras:</td></tr>
</table>

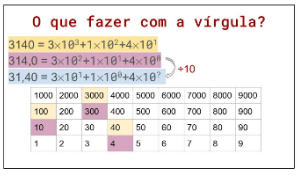


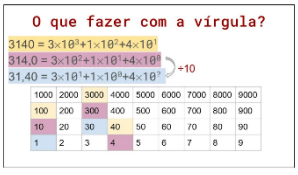


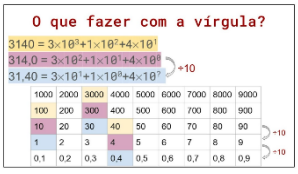


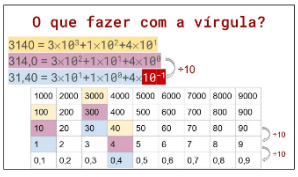












O que fazer com a vírgula? Ela anda?

Comece com o número 3140 e sua decomposição em

$$3140 = 3000 + 100 + 40.$$

Ao dividirmos o 3140 por 10, chegamos a

$$314{,}0 = 300 + 100 + 4.$$

Representando esses números com potências de 10, temos:

$$3140 = 3\times10^3 + 1\times10^2 + 4\times10^1$$
$$314{,}0 = 3\times10^2 + 1\times10^1 + 4\times10^0$$

Ao dividirmos por 10, os expoentes das potências de 10 diminuem uma unidade. Na tabela de Gattegno significa que o número desceu uma linha.

Dividindo 314,0 por 10 repetimos o padrão: subtraímos uma unidade de cada expoente das potências de base 10. Já vimos que ao dividir por 10, as dezenas viram unidades. E as unidades? Ao serem divididas por 10, as unidades viram décimos. Neste momento, destaque que o expoente negativo está associado ao acréscimo de uma linha na tabela (dos décimos).

Perguntas disparadoras:

Ao olharmos a sequência 3140 → 314,0 → 31,40 podemos notar o quê sobre o vírgula? Ela "anda"?

Chame atenção da turma para o fato de que a vírgula sempre está na mesma posição, são os algarismos das ordens que mudam de posição (centena vira dezena, dezena vira unidade, unidade vira décimos,...).

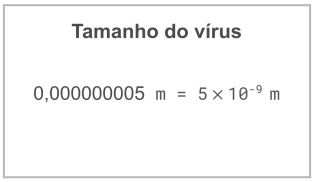
A abordagem visual da Tabela de Gattegno permite que os estudantes dos anos iniciais compreendam a estrutura do Sistema de Numeração Decimal Posicional, relacionando o número à sua decomposição em ordens sem a necessidade da discussão formal sobre potências de 10.

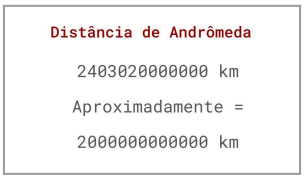
Sementes para o futuro

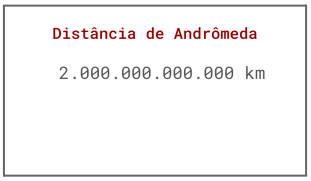
A abordagem visual ajuda o estudante a construir intuitivamente a ideia de que cada posição vale dez vezes mais que a anterior, pavimentando o caminho para a compreensão formal das potências de 10 em etapas posteriores do aprendizado.

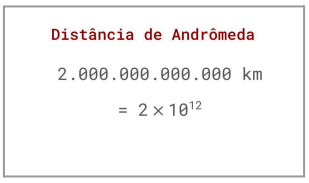
Importante: A expressão **"a vírgula anda"** é um exemplo clássico de **atalho verbal**, caracterizado por frases curtas e resumidas que usamos para descrever um processo matemático complexo. Outros exemplos

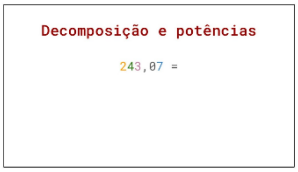
		comuns incluem: "vai um", "põe um zero", "pede emprestado" ou "passa para o outro lado" . Embora práticos, esses atalhos verbais **escondem o real significado e os diversos conceitos matemáticos** que estão por trás da ação. Por exemplo, "passar para o outro lado" esconde o conceito de aplicar a operação inversa para manter a igualdade. Dessa forma, é recomendável evitar a utilização precoce de atalhos verbais no ensino de **Matemática**, uma vez que, embora favoreçam a obtenção rápida de resultados, não promovem uma compreensão aprofundada do significado dos procedimentos envolvidos. Esses atalhos cumprem um papel importante na comunicação matemática, mas sua introdução deve ocorrer de forma gradual, acompanhando o desenvolvimento conceitual da classe. Assim, cabe ao professor ter paciência e sensibilidade pedagógica para reconhecer o momento adequado em que tais convenções linguísticas podem ser incorporadas, sem substituir o trabalho com os conceitos estruturais que lhes dão sentido.
2.15	Tamanho do vírus: o que fazer com a vírgula? $0,5 = 5 \times 10^{?}$ Tamanho do vírus: o que fazer com a vírgula? $0,5 = 5 \times 10^{-1}$ Tamanho do vírus: o que fazer com a vírgula? $0,5 = 5 \times 10^{-1}$ $0,05 = 5 \times 10^{?}$ Tamanho do vírus: o que fazer com a vírgula? $0,5 = 5 \times 10^{-1}$ $0,05 = 5 \times 10^{-2}$ Tamanho do vírus: o que fazer com a vírgula? $0,5 = 5 \times 10^{-1}$ $0,05 = 5 \times 10^{-2}$ $0,005 = 5 \times 10^{-3}$ $0,000000005 = 5 \times 10^{?}$	Para retomar a discussão sobre a estrutura posicional dos números e a aplicação da potência de 10, focaremos na **Notação Científica**, um método conciso de representar números muito grandes ou muito pequenos. **Perguntas disparadoras:** *Como podemos reescrever 0,5?* *0,5 é 5 vezes dez elevado a quanto?* $0,5 = 5 \times 10^{-1}$ Se for necessário, volte à Tabela de Gattegno para reforçar que o 5 está na casa dos décimos, que corresponde a 10^{-1}. E 0,05? $0,05 = 5 \times 10^{-2}$ E se continuarmos, como podemos representar 0,000000005? 5×10^{-9} **Importante:** é fundamental entender que, na multiplicação ou divisão por potências de 10, o expoente da Notação Científica não é definido pela quantidade de zeros após (ou antes) da vírgula. O que ocorre é uma **mudança no valor posicional dos algarismos**; eles se deslocam para a esquerda (multiplicação) ou para a direita (divisão) sobre as

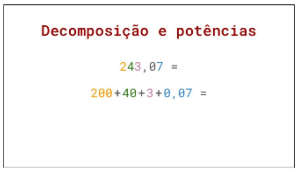


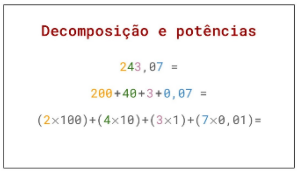


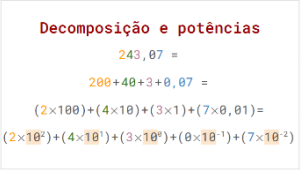


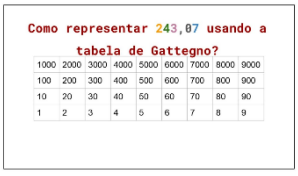












ordens. A **vírgula** é, na verdade, um **marco fixo** que tem a função de separar a parte inteira (unidade) da parte decimal (décimo).

Em relação à distância da Terra à Galáxia de Andrômeda, vamos utilizar o valor aproximado de 2000000000000 km.

Para facilitar a leitura e a identificação das classes e ordens, utilizaremos os **pontos** (ou separadores de classe) no número 2.000.000.000.000 km

Para simplificar a representação desse número muito grande, utilizamos a Notação Científica, que destaca a aplicação das potências de 10:

2.000.000.000.000 km = 2 x 10^{12} km

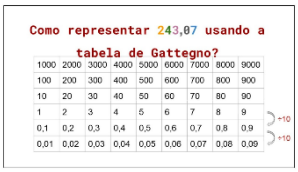
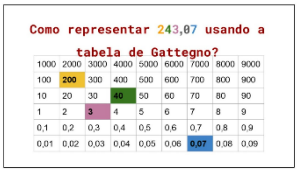
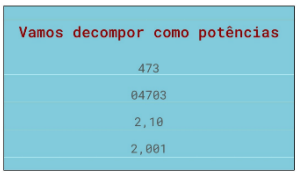
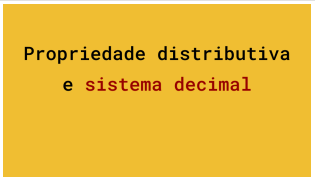
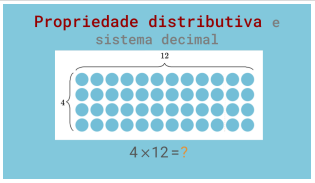
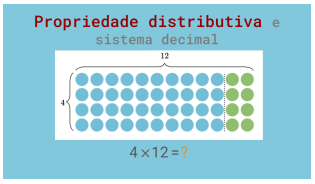
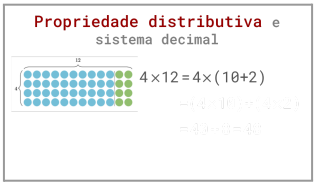
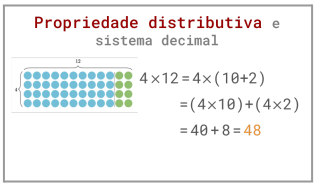
Os algarismos do número 2.000.000.000.000 precisaram "se deslocar" 12 ordens para que ficasse apenas o algarismo 2 na parte inteira (unidade).

Os próximos slides apresentam uma sequência de atividades práticas focada na consolidação da estrutura posicional dos números. O objetivo é que os cursistas participem ativamente, respondendo em voz alta a cada etapa, para internalizar a relação entre o valor da ordem e as potências de 10.

A sequência será desenvolvida da seguinte forma:

1. **Decomposição em Potências de 10:** Iniciaremos com um número, realizando sua decomposição de forma a expressar cada algarismo pelo seu valor posicional exato, utilizando a base 10. É importante destacar a inclusão da parte decimal na decomposição, como 0 x 10^{-1} (para o décimo), para reforçar que todas as ordens, mesmo as vazias, estão sendo consideradas.
2. **Representação na Tabela de Gattegno:** Em seguida, o mesmo número será representado visualmente na Tabela de Gattegno. Para isso, precisaremos aumentar duas linhas na Tabela, a fim de incluir as ordens decimais (10^{-1} e 10^{-2}. Essa visualização permitirá aos cursistas conectar a forma algébrica (potências de 10) com a representação gráfica e posicional do sistema.

Importante: Destacar ao final que a notação de potência, assim como a matemática de modo geral, surge para resolver problemas que temos: somos solução, não problema, trocamos dificuldade por facilidade! Esta é uma meta-mensagem na sala de matemática.

	 	
2.16		**Momento de Prática:** Proponha aos cursistas que realizem a decomposição dos números no slide, incluindo as ordens decimais se presentes, para solidificar a compreensão da estrutura posicional do nosso sistema numérico.
2.17		**OBJETIVO:** Discutir a **Propriedade Distributiva** e sua relação fundamental com a estrutura do Sistema de Numeração Decimal Posicional (SNDP). Serão utilizados arranjos retangulares para visualização de tal propriedade.
2.18	   	Observe o arranjo retangular das bolinhas azuis: **Perguntas disparadoras:** *Quantas linhas temos?* *Quantas colunas temos?* *Como podemos calcular o total de bolinhas?* Para representar a Propriedade Distributiva, as últimas duas colunas foram pintadas de verde. **Perguntas disparadoras:** *Por que fizemos isso?* *Mudamos a quantidade total de bolinhas?* *Mudamos o arranjo total das bolinhas?* Ao mudar a cor das duas últimas colunas, visualmente separamos a multiplicação original (4 x 12) em duas multiplicações menores e mais fáceis: ● A parte azul representa 4 x 10. ● A parte verde representa 4 x 2. Isso permite que se escreva: **4 x 12 = 4 x (10 + 2) = (4 x 10) + (4 x 2) = 40 + 8 = 48** **Sementes para o futuro** A Propriedade Distributiva relaciona as operações de adição e subtração. Ela é uma ferramenta poderosa

que auxilia a simplificar os cálculos mentais, estruturar o entendimento da multiplicação no algoritmo final (ele se baseia na distributiva) e ser a base para operações essenciais na Álgebra, que começa a ser trabalhada de modo mais sistemático no 6º ano.

Conversas matemáticas:
Após a visualização com o arranjo retangular, é crucial reforçar a ideia central de **decompor** um número de modo a simplificar o cálculo. Deve-se questionar a turma se seria possível usar outra decomposição para o número 12 além de 10 + 2; por exemplo, poderíamos usar 6 + 6, o que levaria à distributiva:

4 x 12 = 4 x (6 + 6) = (4 x 6) + (4 x 6)

Deve-se explorar a possibilidade de o corte visual ser feito em qualquer lugar, não apenas nas colunas; por exemplo, se 4 = 2 + 2, poderíamos ter

(2 + 2) x 12 = (2 x 12) + (2 x 12)

É importante explorar as diversas possibilidades de decomposição, tanto dos fatores quanto dos termos aditivos, e o uso de um quadro ou lousa para registrar essas ideias e as diferentes formas de aplicar a Propriedade Distributiva ajuda a organizar o pensamento dos cursistas.

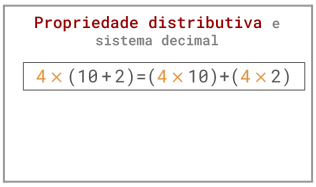
Importante: Destacamos que não há necessariamente decomposição melhor ou pior. As decomposições possíveis são muitas e a escolha daquela que é mais adequada depende das referências de cálculo que cada um tem, ou seja, são bastante pessoais (mas não arbitrárias). Este assunto será explorado bastante nas próximas aulas.

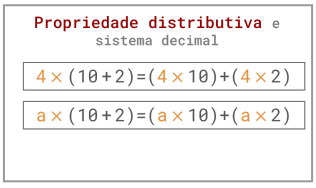
Retomando a primeira decomposição visualizada no arranjo retangular, tínhamos:

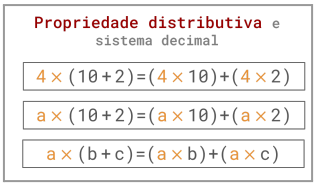
4 x (10 + 2) = (4 x 10) + (4 x 2)

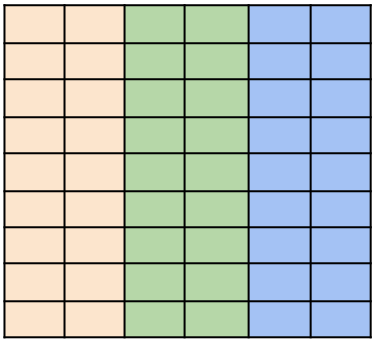
Agora, generalizaremos essa ideia utilizando letras para representar quantidades variáveis, um passo importante para solidificar o conhecimento estrutural dos cursistas:

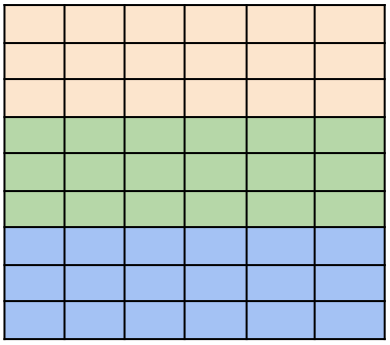
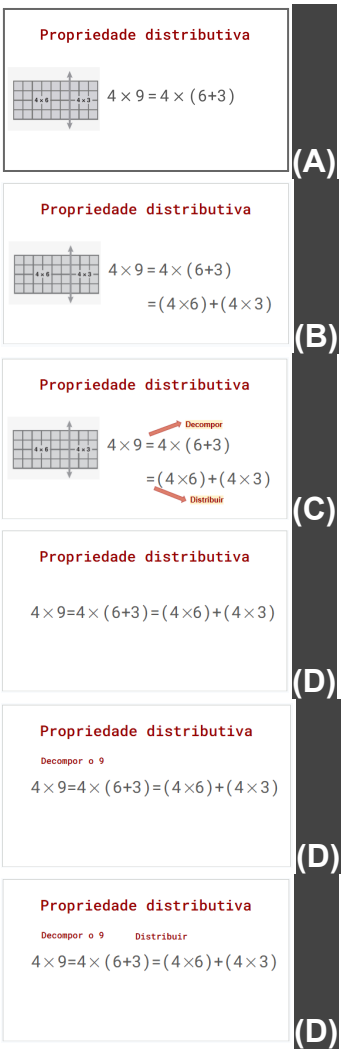
- **Aumentando o número de linhas:**
  - Se, em vez de 4 linhas, tivéssemos uma quantidade qualquer de linhas, poderíamos chamar essa quantidade de **a**.
  - Dessa forma, a regra distributiva se mantém:
    a x (10 + 2) = (a x 10) + (a x 2)
- **Alterando a decomposição das colunas:**
  - E se alterássemos a decomposição das colunas? Poderíamos chamar a primeira parte de **b** e a segunda parte de **c**.
  - A forma generalizada da Propriedade Distributiva é, portanto: **a x (b + c) = (a x b) + (a x c)**

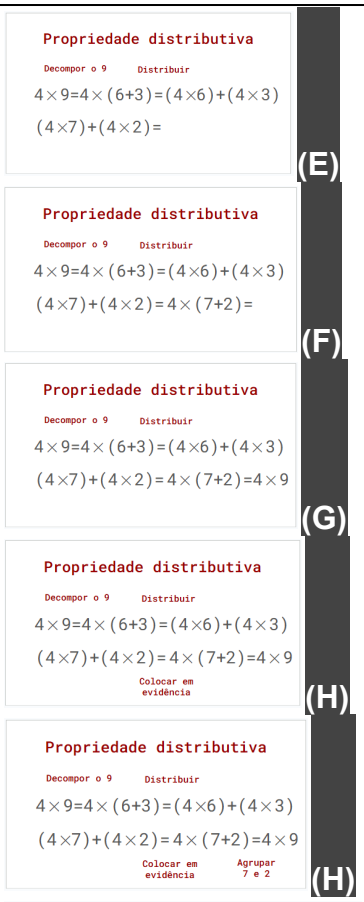


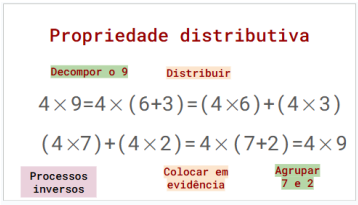


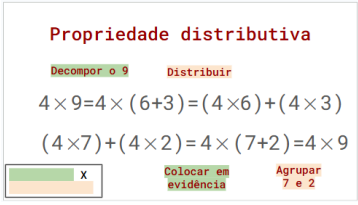


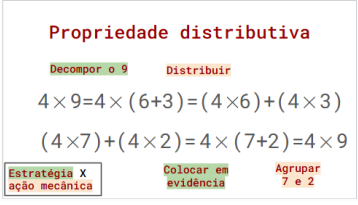
		Importante: Chamar a atenção para o uso da letra (a, b, c) neste momento. Relembre que esta generalização algébrica visa exclusivamente aumentar e enriquecer o conhecimento matemático e pedagógico dos cursistas sobre a estrutura do sistema. Este conceito e a notação formal (a x (b+c)) não devem ser levados diretamente para a sala de aula dos anos iniciais. O foco com os alunos deve permanecer na visualização, na decomposição em partes que facilitem o cálculo mental. **Sementes para o futuro** A depender da turma e do professor, considerando o nosso exemplo, trocar o primeiro fator 4 pela letra ***a*** pode ser algo acessível para parte da turma e neste caso vale a pena. Sem pressão, isto pode preparar os alunos para a algebrização da aritmética, um grande obstáculo nos anos finais do Ensino Fundamental.
2.19	Temos um terreno 9×6 e queremos plantar, em áreas iguais, feijão, arroz e batata. Como dividir o terreno? 1 Temos um terreno 9×6 e queremos plantar, em áreas iguais, tomate e mandioca. Como dividir o terreno? 2	**Momento de Prática:** Ao apresentar a situação-problema, chamar a atenção dos cursistas para o enunciado da pergunta. Não foi perguntado o tamanho total do terreno (o resultado de 9 x 6), mas sim **COMO dividir o terreno em três partes iguais**. O foco deve estar na **ESTRATÉGIA** e no **PROCESSO** de divisão, e não apenas no resultado final. **Possíveis Respostas** Alguns podem ter recorrido ao algoritmo padrão: $9 \times 6 = 54 \Rightarrow 54 \div 3 = 18$ Entretanto, explore as soluções que utilizam a decomposição (Propriedade Distributiva), pois elas refletem melhor a ação de "dividir" o terreno: 1. Dividindo a Largura (6): O lado de 6 metros pode ser dividido em 2+2+2 metros, resultando em três faixas de 9 x 2: **9 x 6 = 9 x (2 + 2 + 2) = (9 x 2) + (9 x 2) + (9 x 2)** (Três faixas de 18 metros quadrados). 

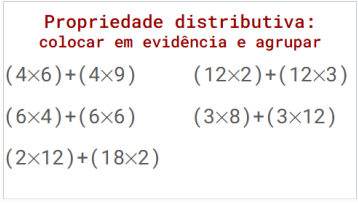
		2. Dividindo o Comprimento (9): O lado de 9 metros pode ser dividido em 3+3+3 metros, resultando em três faixas de 3 x 6: **9 x 6 = (3 + 3 + 3) x 6 = (3 x 6) + (3 x 6) + (3 x 6)** (Três faixas de 18 metros quadrados).  O objetivo é mostrar que a Propriedade Distributiva permite separar a multiplicação (e, consequentemente, o objeto) em partes menores e iguais, conectando o conceito algébrico à aplicação prática da divisão
2.20		Continuando a exploração da Propriedade Distributiva, vamos ilustrar a atividade com uma outra decomposição para o fator 9: **(A)** Decompomos o 9 em (6 + 3): 4 x 9 = 4 x (6 + 3) **4 x 9 = (4 x 6) + (4 x 3)** **(B)** É importante fazer a relação entre as parcelas (4 x 6) e (4 x 3) com o desenho do arranjo retangular. O arranjo total de 4 x 9 é visualmente separado em dois sub-arranjos menores. **(C)** **Matematicamente,** neste processo, podemos dizer que **decompomos o número 9** e depois **distribuímos o número 4** pelos termos da adição. **(D)** Os próximos três slides resumem esta primeira via: **decompor o 9** e **distribuir o 4**.











(E) Na sequência, apresentamos um **caso diferente (e inverso)**, partindo de uma soma de produtos:

$$28 + 8 = (4 \times 7) + (4 \times 2)$$

(F) Como poderíamos reescrevê-lo?
4 x (7 + 2)

(G) Somando o 7 e o 2, voltamos ao produto original:
4 x 9

(H) Estes passos inversos podem ser chamados, matematicamente, de:

1. **Decompor e Colocar em Evidência:** O número 4, que está presente nas duas parcelas, é "puxado para fora" dos parênteses.
2. **Agrupar:** Os números 7 e 2 são somados (agrupados) dentro dos parênteses.

Chame a atenção da natureza distinta desses dois processos:

- **Processos Mecânicos (Distribuir e Agrupar):** São ações mais diretas e automáticas, seguindo a regra sem muita escolha. O caminho da ação mecânica é mais fácil.
- **Processos Estratégicos (Decompor e Colocar em Evidência):** Exigem escolhas e dependem da situação dada. Por exemplo, o 9 pode ser decomposto em 6 + 3, 5 + 4, ou 8 + 1. É preciso pensar em estratégias.

Para reforçar a estratégia de **colocar em evidência** (inverso da distributiva), utilize outros exemplos para debate e prática:

$$24 + 36 = (4 \times 6) + (4 \times 9) = (12 \times 2) + (12 \times 3)$$

(4 x 6) + (4 x 9)
(12 x 2) + (12 x 3)
(6 x 4) + (6 x 6)
(2 x 12) + (2 x 18)
(3 x 8) + (3 x 12)

Importante: Estes são exemplos propostos para que os cursistas se concentrem em pensar em estratégia e não apenas em obter o resultado final. Este exemplo é interessante pois é muito provável que surjam diversas soluções adequadas, ao mesmo tempo que é possível

	Propriedade distributiva: **colocar em evidência e agrupar** $(4\times6)+(4\times9)$ $(12\times2)+(12\times3)$ $(6\times4)+(6\times6)$ $(3\times8)+(3\times12)$ $(2\times12)+(18\times2)$ $= 24+36 = 60$	(ou provável) que nem todas apareçam. Mesmo que discretamente mostrar que é possível listar todas as soluções, é algo bacana, pois as pessoas não estão acostumadas nem com problemas com soluções diversas, nem com a ideia de exibir todas.
2.21	**Propriedade distributiva e sistema decimal** Por que $327\times10=3270$? Por que $327\div10=32,7$? 102 **Propriedade distributiva e sistema decimal** $10\times327=10\times(3\times10^2+2\times10^1+7\times10^0)$ Sistema decimal posicional 103 **Propriedade distributiva e sistema decimal** $10\times327=10\times(3\times10^2+2\times10^1+7\times10^0)$ $=10\times3\times10^2+10\times2\times10^1+10\times7\times10^0$ Distributiva! 104 **Propriedade distributiva e sistema decimal** $10\times327=10\times(3\times10^2+2\times10^1+7\times10^0)$ $=10\times3\times10^2+10\times2\times10^1+10\times7\times10^0$ $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$ Distributiva! 105 **Propriedade distributiva e sistema decimal** $10\times327=10\times(3\times10^2+2\times10^1+7\times10^0)$ $=10\times3\times10^2+10\times2\times10^1+10\times7\times10^0$ $=3\times10^{2+1}+2\times10^{1+1}+7\times10^{0+1}$ $=3\times10^3+2\times10^2+7\times10^1$ Propriedade de potência 106 **Propriedade distributiva e sistema decimal** $10\times327=10\times(3\times10^2+2\times10^1+7\times10^0)$ $=10\times3\times10^2+10\times2\times10^1+10\times7\times10^0$ $=3\times10^{2+1}+2\times10^{1+1}+7\times10^{0+1}$ $=3\times10^3+2\times10^2+7\times10^1$ $=3270$ Sistema decimal posicional 107	slide 102 a 107 não foi utilizado no curso
2.22		**Momento de Prática:** Proponha esta atividade focada em desenvolver e verbalizar estratégias de cálculo mental entre os cursistas. Esta prática reflete o potencial das

Forme 50

37 41 28
13 19 9
12 38
31 22

Forme 50

37 41 28
13 19 9
12 38
31 22

Forme 100

45 65
35 75
95
15 55

Forme 100

45 65
35 75
95
15 55

Forme 500

240 415
165 125 260
150 350 335
375 85

Forme 500

240 415
165 125 260
150 350 335
375 85

"conversas matemáticas" em sala de aula, sendo muito mais rica do que a simples execução de "armar e efetuar".

Atividades como "Forme 50, 100 e 500" promovem ativamente o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e incentivam a verbalização das crianças, cultivando a cultura das conversas matemáticas em sala de aula.

Forme 50

- Pergunte aos cursistas: Quais pares de números inteiros positivos vocês juntam para formar 50?
- Se possível, anote os resultados em um quadro/lousa: (Exemplos: 41 + 9, 28 + 22, 37 + 13, 31 + 19, 38 + 12, etc.) Se você estiver projetando em um quadro branco, marque os pares com cores diferentes.
- Debate:
- Alguém fez a conta? Precisa de um cálculo escrito para isso?
- Quais estratégias foram utilizadas?
- **Destaque Estratégico:** A estratégia mais comum é aquela em que, ao escolher o primeiro número, o olhar se volta automaticamente para a **unidade** que falta para formar 10. Feita esta observação, se houver mais de uma possibilidade, devemos olhar as dezenas, que devem somar 4. É o que ocorre com os pares $12 + 38 = 50 = 22 + 28$.

Conversas matemáticas

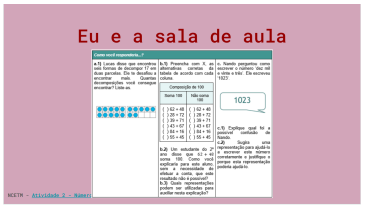
Ressalte que já nos anos iniciais, as crianças podem argumentar e justificar as suas estratégias de modo similar ao feito pelas professoras da classe. Vale lembrar que a cultura de conversas matemáticas pode ser cultivada desde cedo.

Forme 100 e 500

- Assim como o número 50, apresente as atividades Forme 100 e Forme 500.
- Se possível, anote os resultados na lousa (uma prática essencial que também deve ser utilizada com as crianças para validar e registrar suas ideias).

Foco no Forme 500

- **Pergunte:** Quais estratégias adicionais foram utilizadas no **Forme 500**?
- **Algumas Estratégias:**
  1. Pegar um número, olhar a sua dezena e unidade e ver o quanto falta para 100.

		Depois, completar com o que falta para 500. 2. Comece separando os números que terminam em 5 dos que terminam em 0. Os que terminam em 0, os dois dígitos maiores devem somar 50, os que terminam em 5 devem somar 39. Dentre os que terminam em 0 procure pares cujas dezenas somam 10 e dentre os que terminam em 5 procure pares cujas dezenas somam 9. ● Muitas combinações são mais "naturais" de somar mentalmente porque fecham a centena rapidamente (ex: 75 e 25), facilitando a próxima etapa da soma.
2.23		**Imprimir:** **Atividade 2 - Números** Nesta segunda atividade, a proposta volta-se para discussões relacionadas ao Número e ao Sistema de Numeração Decimal, com ênfase na composição e decomposição numérica, na compreensão do valor posicional e na análise de estratégias e erros apresentados pelas crianças em situações envolvendo números. O objetivo deste momento é ampliar as reflexões iniciadas anteriormente, deslocando o foco para aspectos do raciocínio numérico que aparecem nas interações cotidianas da sala de aula. Para potencializar a participação e a reflexão dos cursistas, sugerimos a organização da atividade em dois momentos: **1. Reflexão inicial sobre Número e Sistema Decimal** Entregar inicialmente apenas a **primeira parte** da atividade, composta por situações que envolvem composição e decomposição de números, complementos até 100, escrita numérica e compreensão do valor posicional. As questões propõem que os cursistas analisem estratégias possíveis das crianças e elaborem explicações e encaminhamentos pedagógicos para diferentes situações apresentadas. Recomenda-se que esse momento seja realizado individualmente. Após o preenchimento, a primeira parte deve ser recolhida. **2. Estudo e aprofundamento dos referenciais apresentados na atividade** Entregar as **Partes 2**. A Parte 2 servirá como material de apoio, apresentando discussões sobre composição e decomposição numérica, diferentes

		formas de representação, desenvolvimento do senso numérico e dificuldades frequentemente observadas na aprendizagem do sistema de numeração decimal. Esse momento busca fortalecer a articulação entre conhecimento matemático e prática pedagógica, favorecendo uma análise mais aprofundada das estratégias das crianças e das possibilidades de mediação do professor em sala de aula.

LINKS E REFERÊNCIAS

Para saber mais:

Artigo - Fluência Sem Medo: Pesquisas Mostram as Melhores Formas de Aprender Fatos Matemáticos
O texto defende que a fluência matemática se desenvolve a partir do senso numérico e da compreensão das relações entre os números, e não pela memorização rápida de fatos. Pesquisas mostram que práticas baseadas em repetição e testes cronometrados aumentam a ansiedade e limitam a aprendizagem, enquanto estratégias flexíveis e atividades significativas promovem compreensão, confiança e desempenho matemático duradouro.

Artigo - Sistemas de Numeração: Evolução Histórica, Fundamentos e Sugestões para o Ensino
O texto discute a diversidade histórica dos sistemas de numeração, destacando que eles diferem quanto à base e à estrutura. Evidencia que o princípio posicional e a introdução do zero tornaram os sistemas mais eficientes, culminando no sistema decimal. Defende que estudar esses sistemas amplia a compreensão do funcionamento dos números e do próprio sistema de numeração decimal.

Site Mathema - Como usar fichas sobrepostas
O site apresenta orientações didáticas para o uso de fichas sobrepostas no ensino do Sistema de Numeração Decimal, visando à leitura, escrita, comparação e decomposição de números naturais

Cartilha: Orientações para sondagem - SEDUC SP (Estado)
O documento apresenta orientações para a sondagem de números nos anos iniciais, destacando sua importância como instrumento diagnóstico para compreender as hipóteses dos estudantes sobre o Sistema de Numeração Decimal. Defende a sondagem como base para intervenções pedagógicas, acompanhamento da aprendizagem e tomada de decisões didáticas ao longo da alfabetização matemática.

Cartilha: Documento orientador para sondagem de matemática - SEDUC SP (Prefeitura)
O documento orienta a sondagem de Matemática como avaliação diagnóstica e processual, voltada a compreender como os estudantes constroem a escrita numérica e resolvem problemas. Destaca o uso dos dados para qualificar intervenções pedagógicas, apoiar o planejamento docente e acompanhar a aprendizagem no ciclo de alfabetização, considerando diferentes categorias de números e campos conceituais.

Recursos didáticos

Fichas Sobrepostas para imprimir

Material manipulável que explora a escrita e a composição dos números por meio da sobreposição de algarismos, destacando o valor posicional com o uso de cores para cada ordem.